



Universitetet
i Stavanger

DET TEKNISK – NATURVITENSKAPELIGE FAKULTET

EKSAMEN I: MTS 140 Risikobasert styring

DATO: 25. august 2010

TID FOR EKSAMEN: 5 timer

TILLATTE HJELPEMIDDEL: Kalkulator

OPPGAVESETTET BESTÅR AV 3 OPPGAVER PÅ 2 SIDER

MERKNADER : Tallene i parentes gir vektingen av oppgavene

Oppgave 1 (35 %)

På et bestemt sted i et prosessanlegg står to elektrisk drevne kjølevannspumper. For å ha tilstrekkelig kapasitet må begge pumpene fungere. La

E_i = Pumpe nr. i er i feiltilstand, $i = 1, 2$.

Følgende sannsynligheter er gitt:

$$P(E_1) = P(E_2) = 0.01, \quad P(E_1|E_2) = 0.1.$$

- a) Er hendelsene E_1 og E_2 uavhengige? Er de disjunkte? Begrunn svarene.
- b) Finn sannsynligheten for at man ikke har nok kapasitet, dvs. finn $P(E_1 \cup E_2)$.

Ledelsen er ikke fornøyd med dette, og vil installere en turbindrevet pumpe i tillegg. Det er da tilstrekkelig kapasitet hvis minst 2 av de 3 pumpene fungerer. La T = Den turbindrevne pumpe er i feiltilstand. Det er oppgitt at den turbindrevne pumpe fungerer uavhengig av de elektrisk drevne pumpene, og at $P(T) = 0.04$.

- c) Finn sannsynligheten for at det ikke er tilstrekkelig pumpekapasitet, dvs. finn sannsynligheten for at minst 2 av de 3 pumpene ikke fungerer.
- d) Fortolkningen av sannsynlighetene i oppgaven bygger på en klassisk fortolkning. Redegjør for hvordan ledelsen skal forstå budskapet gitt av data, modeller og resultater.

- e) Drøft om en prediktiv Bayesiansk tilnærming ville gitt andre resultater.

Løsningsforsl.:

- a) Ikke uavhengige, ikke disjunkte,
- b) 0.019
- c) 0.00172
- d) estimat av sanne underliggende sannsynligheter (modeller og data), hvor aktiviteten/systemene hypotetisk gjentas uendelig antall ganger og resultatet fremkommer som relativ frekvens
- e) Ref pensumlitteratur – åpner for en helt annen tenkning som fort kan gi helt andre resultater fordi kunnskapsgrunnlaget blir vesentlig utvidet.

Oppgave 2 (30 %)

Ekspertvurderinger er ofte nødvendig i sikkerhetsvurderinger og i konkrete risikoanalyser.

- a) Hvorfor er ekspertvurderinger nødvendig i risikoanalyser, og hva menes med ekspertvurderinger?
- b) Tenk deg at du er ansvarlig for risikoanalysen av ditt regionsykehus sin aktivitet omkring organdonasjon og at systemet er ”kommunikasjon med pårørende ved forespørsel om organdonasjon”. Systemsvikt er definert som at pårørende sier nei til å donere organ. Gitt at pårørende i utgangspunktet er påvirkelige til å si ja til donasjon, så har du definert hendelsene: I) Behandlende lege klarer ikke å informere om hva organdonasjon er, og II) Lokalene er lite egnet for å formidle budskapet.

Foreslå en prosedyre for hvordan ekspertvurderingene kan gjennomføres. Drøft bruken av ekspertvurderinger opp mot data hentet fra offisielle databaser, for eksempel fra Statistisk sentralbyrå.

- c) Begrepet ”judgmental bias” blir ofte knyttet til ekspertvurderinger. Redegjør for noen typiske hevristikker som kan gi ”judgmental bias”. Hvorfor blir konseptet ”judgmental bias” spesielt vanskelig når kunnskapssynet ditt er prediktivt Bayesiansk. Begrunn svaret.

Løsningsforslag:

- a) Alltid for lite data, modellering krever ekspertkunnskap. Ekspertvurderinger knyttes ofte til sannsynlighetsangivelser, men implisitt er hele risikoanalysen en ekspertvurdering
- b) Se kompendium – en alternativ modell, Sørco-rapportene. Her er det åpning for alle mulige tenkninger som er velbegrunnet. Databaser har også store svakheter mhp rapportering og tilrettelegging, relevans, reliabilitet, validitet, mm. Ekspertvurderinger er vanskelig å spore, men vil være mer direkte svar på problemstillingen som skal løses (angi sannsynlighet for spesifikk hendelse)
- c) Availability, representativeness, anchoring and adjustments, med mer. Bias koples til sanne underliggende fenomener, mens prediktiv Bayesiansk ikke har referanse til sanne verdier, men er per definisjon en vurdering av fremtidige størrelser og utfall.

Scenarier

$$\left. \begin{array}{l} A \rightarrow E_1 \cap \bar{E}_2 \quad (w_1) \\ B \rightarrow E_1 \cap T \quad (w_1) \\ C \rightarrow E_2 \cap T \quad (w_1) \end{array} \right\} E_1 \cap E_2 \cap T$$

$$- 3 E_1 \cap E_2 \cap T$$

$$+ 1 E_1 \cap E_2 \cap T$$

$P(\text{mind 2 av 3 pumper ikke fungerer}) =$

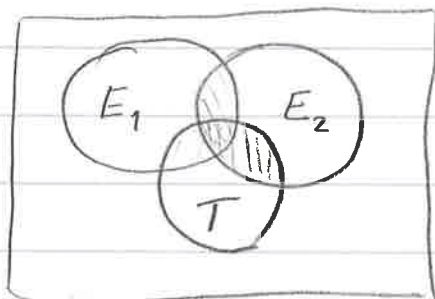
$$P(E_1 \cap \bar{E}_2) + P(E_1 \cap T) + P(E_2 \cap T) + P(E_1 \cap E_2 \cap T) - 3P(E_1 \cap E_2 \cap T)$$

$$= 0,01 \cdot 0,1 + 0,01 \cdot 0,04 + 0,01 \cdot 0,04 - 2 \cdot 0,01 \cdot 0,1 \cdot 0,04 = 0,00172$$

$$P(E_1 | E_2) \cdot P(E_2)$$

$$b) P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2) = 0,01 + 0,01 - 0,1 \cdot 0,01 = \underline{0,19}$$

$$c) P(E_1) = 0,01 \quad P(E_2) = 0,01 \\ P(E_1 | E_2) = 0,1 \quad P(T) = 0,04$$



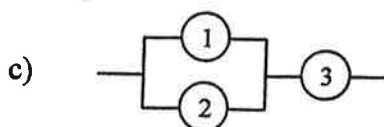
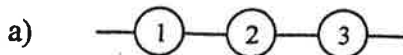
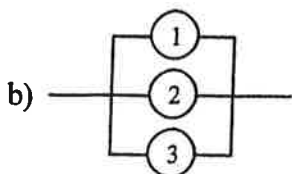
Minst to av 3

$$(E_1 \cap E_2), (E_1 \cap T), (E_2 \cap T), \\ (E_1 \cap E_2) \cup (E_1 \cap T) \cup (E_2 \cap T)$$

Oppgaver, Sannsynlighetsregning

Jfr. Appendix A, Aven (1998)

1. Betrakt følgende systemer:



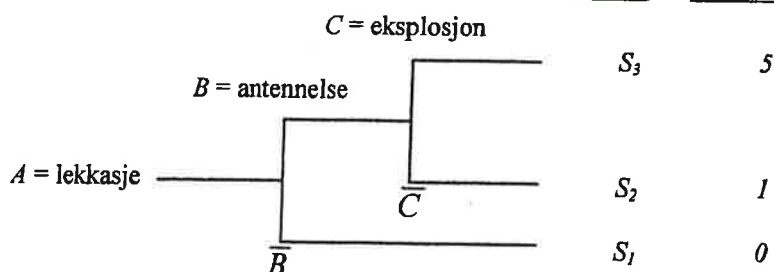
Anta uavhengige komponenter. La A_1 = "komponent 1 virker", A_2 = "komponent 2 virker" og A_3 = "komponent 3 virker". Anta at $P(\bar{A}_1) = P(\bar{A}_2) = P(\bar{A}_3) = 0.1$. La B = "systemet virker". Finn $P(B)$ for systemene i a), b) og c).

2. Betrakt systemet i oppgave 1c) ovenfor. Anta at komponentene 1 og 2 er avhengige, men uavhengige av komponent 3. Anta nå at $P(\bar{A}_1) = P(\bar{A}_2) = 0.10$ og $P(\bar{A}_3) = 0.01$. Anta at avhengigheten mellom komponent 1 og 2 er gitt ved at $P(\bar{A}_1 | \bar{A}_2) = 0.5$. Finn $P(B)$. (A_1, A_2, A_3, B er definert som i oppgave 1.)

3. Ved drift av en maskin får en varsel om systemfeil på tre måter: C_1 = "lampe 1 lyser", C_2 = "lampe 2 lyser" og C_3 = "lampe 3 lyser". Vi har $C = (C_1 - (C_2 \cup C_3)) \cup (C_2 - (C_1 \cup C_3)) \cup (C_3 - (C_1 \cup C_2))$. Dersom en lampe lyser har vi at $P(C_1) = 0.5$, $P(C_2) = 0.3$, $P(C_3) = 0.2$, $P(\bar{B} | C_1) = 0.2$, $P(\bar{B} | C_2) = 0.4$, $P(\bar{B} | C_3) = 0.8$. La $\bar{B}$ = systemfeil. Finn $P(\bar{B} | C)$. Forklar hva denne sannsynligheten uttrykker. (Vink: Prøv å bruke formel (A.10) s.228 i Appendix A.)

Skader X = antall drepte

4. Betrakt følgende hendelsestre:



Anta $P(A) = 0.01$, $P(B | A) = 0.2$, $P(C | A \text{ og } B) = 0.4$. Finn $P(S_1)$, $P(S_2)$, $P(S_3)$, $P(X = 5)$, $P(X = 1)$, $P(X = 0)$ og EX .

5. Betrakt systemet i oppgave 1b). La X = antallet komponenter som virker. Finn $P(X = 0)$, $P(X \leq 2)$ og EX . Vi gjør samme forutsetninger som i oppgave 1.
6. La T = levetiden til en enhet. Anta at T har en eksponensialfordeling med feilrate $\lambda = 0.001$, dvs $P(T \leq t) = 1 - e^{-\lambda t}$.
- Finn sannsynligheten for at enheten skal feile i løpet av 100 tidsenheter.
 - Finn ET .
 - Hva blir $P(T > 200 | T > 100)$?

Aufgabe 1

a



A_1 - Komp. 1 richtig

①

A_2 - Komp. 2 richtig

A_3 - Komp. 3 richtig

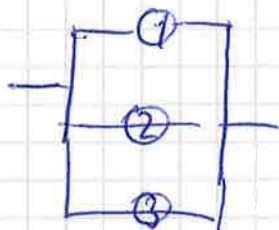
$$P(\bar{A}_1) = P(\bar{A}_2) = P(\bar{A}_3) = 0,1$$

$$P(A_1) = P(A_2) = P(A_3) = 0,9$$

B = Systemet richtig $\Rightarrow A_1 \cap A_2 \cap A_3 \Rightarrow$

Voraussetzung $= P(B) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(A_3) = 0,9^3 = 0,729$

b)



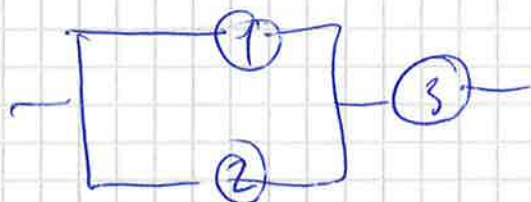
$$B = A_1 \cup A_2 \cup A_3$$

$$= P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) - (P(A_1) \cdot P(A_2) + P(A_1) \cdot P(A_3) + P(A_2) \cdot P(A_3)) + P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(A_3) = 0,999$$

$$P(\bar{B}) = P(\bar{A}_1 \cap \bar{A}_2 \cap \bar{A}_3) = P(\bar{A}_1) \cdot P(\bar{A}_2) \cdot P(\bar{A}_3) = 0,001$$

$$P(B) = 1 - P(\bar{B}) = 0,999$$

c)



$$B = (A_1 \cup A_2) \cap A_3 = \cancel{(A_1 \cap A_2)} \cup \cancel{(A_2 \cap A_3)}$$

$$P(B) = P(A_1 \cup A_2) \cdot P(A_3) = [P(A_1) + P(A_2) - P(A_1) \cdot P(A_2)] \cdot P(A_3)$$

1. $\frac{1}{2} \log 2 = 0.5$
 2. $\frac{1}{2} \log 2 = 0.5$
 3. $\frac{1}{2} \log 2 = 0.5$

$$10 - (10^5 - (10^4)^2) = (10^4)^2$$

$$10 - (10^5 - 10^8) = (10^4)^2$$

$$10 - 10^5 + 10^8 = (10^4)^2$$

$$10 - 10^5 + 10^8 = 10^8$$

$$10 - 10^5 + 10^8 = 10^8$$

$$(10^5 - 10^4)^2 = (10^4)^2$$

$$10^5 - 10^4 = 10^4$$

$$10^5 - 10^4 = 10^4$$

$$10^5 - 10^4 = 10^4$$

$$(10^5 - 10^4)^2 = (10^4)^2$$

$$10^5 - 10^4 = 10^4$$

$$P(0) = (0,9 + 0,9 - 0,9^2) \cdot 0,9 = \underline{\underline{0,89}}$$

(2)

Opps. 2.

$$P(A_1) = P(\bar{A}_2) = 0,10$$

$$P(A_2) = 0,01$$

$$P(\bar{A}_1 | \bar{A}_2) = 0,5$$

$$P(A_1 \cup A_2) = 1 - P(\bar{A}_1 \cap \bar{A}_2) = 1 - P(\bar{A}_1 | \bar{A}_2) \cdot P(\bar{A}_2) = 1 - 0,5 \cdot 0,1 = 0,95$$

Opps. 3

C_1 - lampe 1 lyser

C_2 - lampe 2 lyser

C_3 - lampe 3 lyser

$$C = (C_1 - (C_2 \cup C_3)) \cup (C_2 - (C_1 \cup C_3)) \cup (C_3 - (C_1 \cup C_2))$$

$$P(C_1) = 0,5, \quad P(C_2) = 0,3, \quad P(C_3) = 0,2$$

$$P(\bar{B} | C_1) = 0,2, \quad P(\bar{B} | C_2) = 0,4, \quad P(\bar{B} | C_3) = 0,8$$

$\bar{B}$ - systemet fejler.

$$\text{Formel A10: } P(B) = \sum_{i=1}^n P(B \cap A_i) = \sum_{i=1}^n P(B|A_i) P(A_i)$$

$$P(\bar{B} | C)$$

$$P(\bar{B} | C)$$

$$P(\bar{B}) = P(\bar{B} \cap C_1) + P(\bar{B} \cap C_2) + P(\bar{B} \cap C_3)$$

Oppgave 3

Drift av maskin.

$C_1 =$ lampe 1 lyser

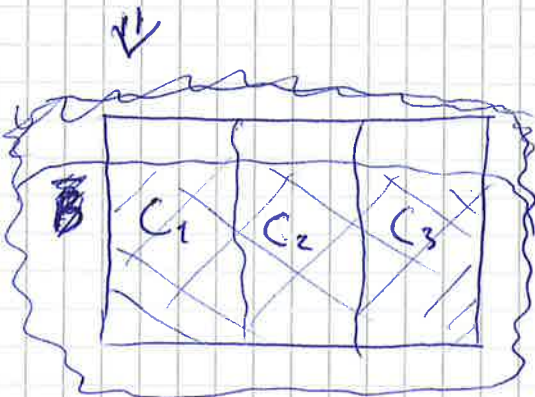
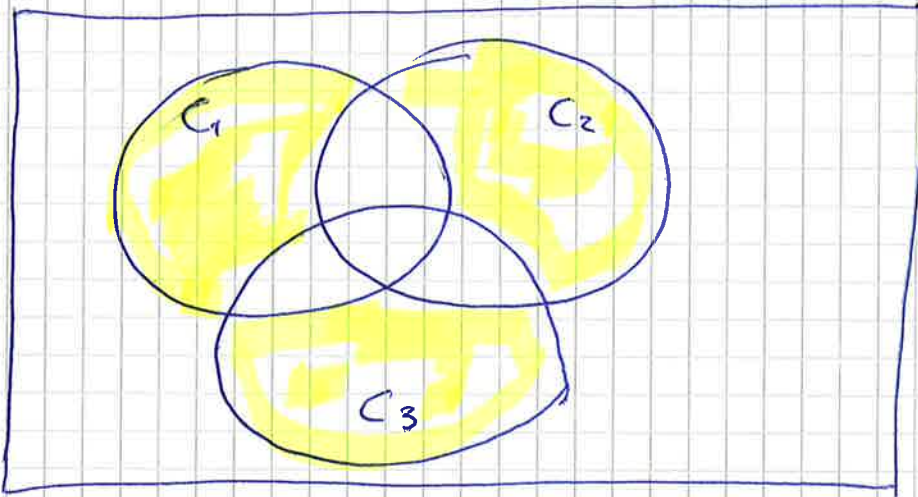
$C_2 =$ — " — 2 lyser

$C_3 =$ — " — 3 —

$$C = (C_1 - (C_2 \cup C_3)) \cup (C_2 - (C_1 \cup C_3)) \cup (C_3 - (C_1 \cup C_2))$$

$\bar{B} =$ system feil.

Løsning/beslut



$$P(C_1) = 0,5$$

$$P(C_2) = 0,3$$

$$P(C_3) = 0,2$$

$$P(\bar{B} | C_1) = 0,2$$

$$P(\bar{B} | C_2) = 0,4$$

$$P(\bar{B} | C_3) = 0,8$$

Skal finne $P(\bar{B} | C)$. Skal bruke

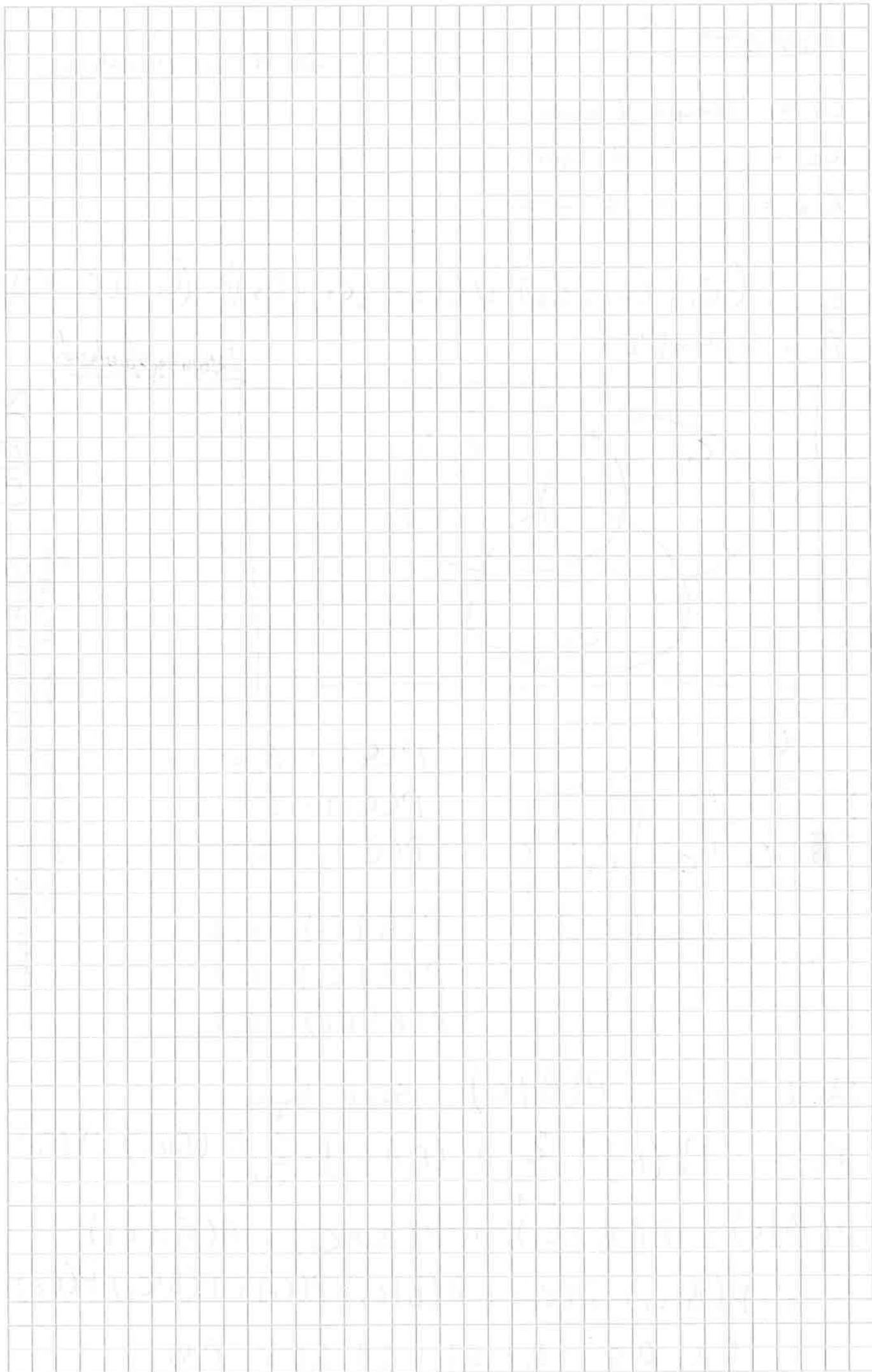
$$\text{Skr} \quad P_r(F) = \sum_{i=1}^n P_r(F \cap E_i) = \sum_{i=1}^n P_r(F | E_i) \cdot P_r(E_i)$$

$$\Rightarrow P(\bar{B} | C) = P(\bar{B} \cap C_1) + P(\bar{B} \cap C_2) + P(\bar{B} \cap C_3)$$

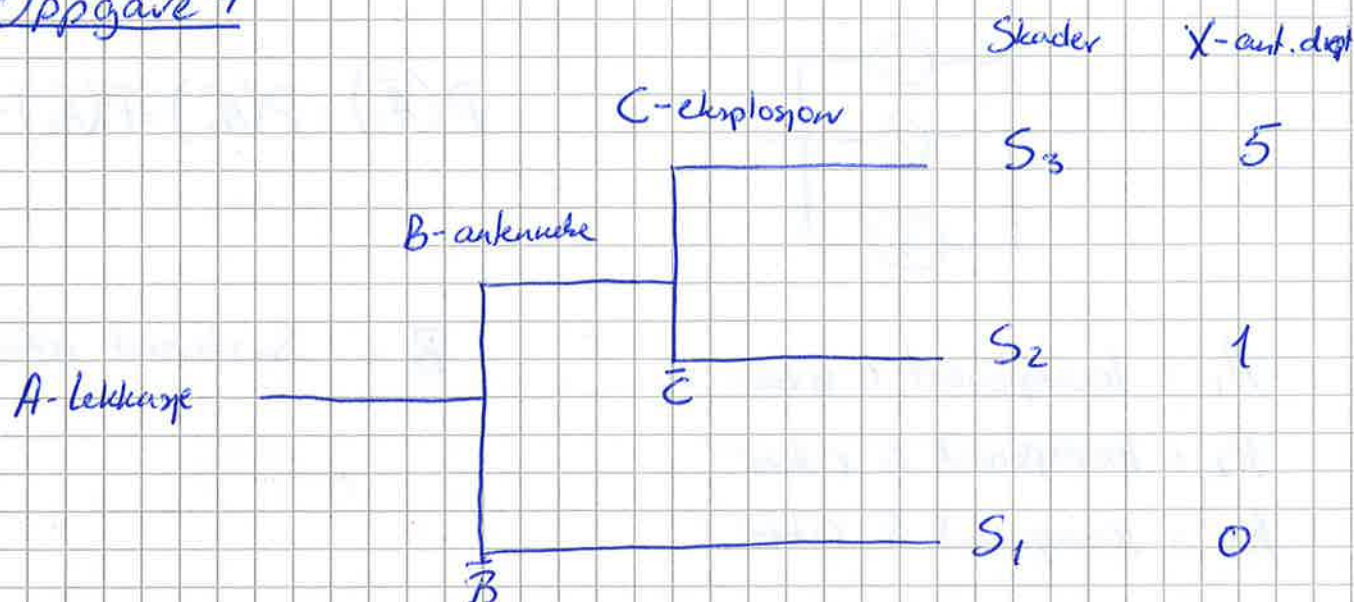
$$= P(\bar{B} | C_1) \cdot P(C_1) + P(\bar{B} | C_2) \cdot P(C_2) + P(\bar{B} | C_3) \cdot P(C_3)$$

$$= 0,2 \cdot 0,5 + 0,4 \cdot 0,3 + 0,8 \cdot 0,2 = \underline{0,38}$$

$P(\bar{B} | C)$ - Sannsynlighet for systemfeil
gitt at en lampe lyser



Oppgave 4



Anta $P(A) = 0,01$
 $P(B|A) = 0,2$
 $P(C|A,B) = 0,4$

Skal finne $P(S_1)$, $P(S_2)$, $P(S_3)$,
 $P(X=5)$, $P(X=1)$, $P(X=0)$ og EX

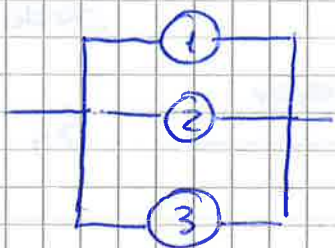
$$P(S_3) = P(A \cap B \cap C) = P(A) \cdot P(B|A) \cdot P(C|A,B) \\ = 0,01 \cdot 0,2 \cdot 0,4 = 0,0008 = \underline{8 \cdot 10^{-4}} = 0,08\%$$

$$P(S_2) = P(A \cap B \cap \bar{C}) = P(A) \cdot P(B|A) \cdot P(\bar{C}|A,B) = \\ 0,01 \cdot 0,2 \cdot 0,6 = 0,0012$$

$$P(S_1) = P(A \cap \bar{B}) = P(A) \cdot P(\bar{B}|A) = 0,01 \cdot 0,8 = \underline{0,008}$$

$$EX = \sum_x x P(X=x) = 5 \cdot P(X=5) + 1 \cdot P(X=1) + 0 \cdot P(X=0) \\ = 5 \cdot 0,0008 + 1 \cdot 0,0012 + 0 \cdot 0,008 = \underline{0,0052}$$

Oppgave 5



$$P(\bar{A}_1) = P(\bar{A}_2) = P(\bar{A}_3) = 0,1$$

A_1 = komponent 1 virker

A_2 = komponent 2 virker

A_3 = komponent 3 virker

B = Systemet virker

X = antallet komponenter som virker

Skal finne $P(X=0)$, $P(X \leq 2)$ og EX

$$P(X=0) = \text{ingen virker} \quad P(\bar{A}_1 \cap \bar{A}_2 \cap \bar{A}_3) = 0,1^3 = 0,001$$

$$P(X \leq 2) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2)$$

$$P(X=1) = 3(0,1^2 \cdot 0,9) = 0,027$$

$$P(X=1) = P(A_1 \cap \bar{A}_2 \cap \bar{A}_3) + P(\bar{A}_1 \cap A_2 \cap \bar{A}_3) + P(\bar{A}_1 \cap \bar{A}_2 \cap A_3)$$

$$P(X=2) = 3(0,1 \cdot 0,9^2) = \cancel{0,081} \quad 0,243$$

$$P(X \leq 2) = 0,001 + 0,027 + 0,243 = 0,271$$

$$P(X=3) = 0,9^3 = 0,729$$

$$EX = 0 \cdot P(X=0) + 1 \cdot P(X=1) + 2 \cdot P(X=2) + 3 \cdot P(X=3)$$

$$0 \cdot 0,001 + 1 \cdot 0,027 + 2 \cdot 0,243 + 3 \cdot 0,729 = \cancel{2,7} \quad 2,7$$