

Risikobasert styring – Løsningsforslag til øvingsoppgaver

Sannsynlighetsregning

Bokstaven P betegner sannsynligheten

Bokstavene A, B, C etc. betegner spesifikke hendelser

Uttrykket $P(A)$ betegner sannsynligheten for hendelse A

$$P(A) = \frac{\text{antall ganger hendelse } A \text{ inntreffer}}{\text{antall hendelser totalt}}$$

Viktige lover:

- En sannsynlighet blir aldri negativ og aldri større enn 1.
- Hvis $P(U) = 0$ (0 %) betyr det at hendelse U *aldri* inntreffer
- Hvis $P(U) = 1$ (100 %) betyr det at hendelse U *alltid* skjer
- Summen av sannsynlighetene til alle mulige utfall blir 1

Noen regneregler:

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

(sannsynligheten for at A ikke skjer)

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

(forutsetter at A og B er to uavhengige forsøk)

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

(der $P(A \cap B)$ utgjør sannsynligheten for at A og B forekommer samtidig)

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Rightarrow P(A \cap B) = P(A|B) \cdot P(B)$$

(Betinget sannsynlighet. Sannsynligheten for at A skjer, etter at B har skjedd)

$$P(A \cup B) = P(A \text{ eller } B)$$

$$P(A \cap B) = P(A \text{ og } B)$$

$$P(\bar{A}) = P(\text{ikke } A)$$

Forventningsverdi:

Forventningsverdi = "gjennomsnitt i det lange løp". Kan også betraktes som *frekvens*.

$$\text{Definisjon: } E(X) = \sum_x x \cdot P(X = x)$$

1. Definerer hendelse A = "Terningen viser 3 øyne"

$$P(A) = \frac{\text{antall muligheter for å få 3 øyne}}{\text{antall mulige utfall totalt}} = \frac{1}{6} = \underline{\underline{0,167}} \Rightarrow 16,7 \%$$

2. A = "Pasient får hodepine"

$$P(A) = \frac{\text{pasienter som fikk hodepine}}{\text{pasienter totalt}} = \frac{117}{117 + 617} = \underline{\underline{0,159}} \Rightarrow 15,9 \%$$

3. *Alternativ 1:*

$$P(\text{galt svar}) = \frac{4}{5} = \underline{\underline{0,8}}$$

Alternativ 2:

$$P(\text{galt svar}) = P(\text{ikke riktig svar}) = P(\overline{\text{riktig svar}}) = 1 - P(\text{riktig svar}) = 1 - \frac{1}{5} = \underline{\underline{0,8}}$$

4. $P(A) = P(\text{bilfører kjører uten lys}) = 0,02$

$$P(B) = P(\text{bilfører kjører uten bilbelte}) = 0,17$$

$$P(A \text{ og } C) = P(\text{kontrollert bil har begge manglene}) = 0,005$$

a)

$$P(D) = P(\text{bil har minst en av manglene})$$

$$= P(A \text{ eller } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ og } B) = 0,02 + 0,17 - 0,005 = \underline{\underline{0,185}}$$

b)

$$P(E) = P(\text{bil har ingen av manglene}) = 1 - P(D) = 1 - 0,185 = \underline{\underline{0,815}}$$

5. a)

Kast av mynten kan gi to forskjellige utfall/resultat: "krone" eller "mynt". Kast av terningen kan gi resultatene 1, 2, 3, 4, 5 eller 6. Dette gir utfallsrommet S:

$$S = \left\{ \begin{array}{llllll} \text{"krone" - "1"} & \text{"krone" - "2"} & \text{"krone" - "3"} & \text{"krone" - "4"} & \text{"krone" - "5"} & \text{"krone" - "6"} \\ \text{"mynt" - "1"} & \text{"mynt" - "2"} & \text{"mynt" - "3"} & \text{"mynt" - "4"} & \text{"mynt" - "5"} & \text{"mynt" - "6"} \end{array} \right\}$$

b)

Alternativ 1:

A = "krone og 5"

$$P(A) = \frac{\text{antall ganger "krone og 5" inntreffer}}{\text{antall utfall totalt}} = \frac{1}{12} = \underline{\underline{0,083}}$$

Alternativ 2:

B = "krone"

C = "5"

$$P(A) = P(B \text{ og } C) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{12} = \underline{\underline{0,083}}$$

6. R = "trekke en rød kule"

S = "trekke en sort kule"

G = "trekke en grønn kule"

$$P(R \text{ og } S \text{ og } G) = \frac{3}{10} \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{3}{8} = \underline{\underline{0,05}}$$

7. A = "Komponent K₁ virker"
 B = "Komponent K₂ virker"
 $P(A) = 0,95$
 $P(B) = 0,90$
 $P(A \text{ og } B) = 0,87$

$$P(A \text{ eller } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ og } B) = 0,95 + 0,90 - 0,87 = 0,98$$

$$P(\text{ingen komponenter virker}) = P(\overline{A \text{ eller } B}) = 1 - 0,98 = \underline{\underline{0,02}}$$

8. a)

$$P(\text{omkommet mann}) = \frac{\text{antall omkomne menn}}{\text{antall omkomne totalt}} = \frac{1360}{1517} = \underline{\underline{0,897}}$$

b)

Alternativ 1:

$$P(\text{mann eller gutt}) = \frac{\text{totalt antall menn og gutter}}{\text{totalt antall personer}} = \frac{1692 + 64}{2223} = \underline{\underline{0,790}}$$

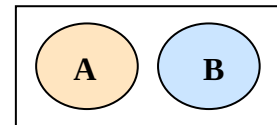
Alternativ 2:

A = "mann"

B = "gutt"

$$P(A \text{ eller } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ og } B) = \frac{1692}{2223} + \frac{64}{2223} - 0 = \underline{\underline{0,790}}$$

Kommentar: P(A og B) blir 0, fordi kategoriene menn og gutter utelukker hverandre. Eller sagt på en annen måte, de "overlapper" ikke hverandre.



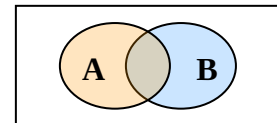
c)

A = "mann"

B = "overlevende"

$$P(A \text{ eller } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ og } B) = \frac{1692}{2223} + \frac{706}{2223} - \frac{332}{2223} = \underline{\underline{0,929}}$$

Kommentar: Her må P(A og B) tas med i beregningen, fordi kategoriene menn og overlevende overlapper hverandre. Hvis det først alle mennene (1692) betraktes og deretter alle overlevende (706) betraktes, vil 332 menn bli tatt med to ganger.



d)

Alternativ 1:

A = "kvinne"

B = "overlevde"

$$P(A | B) = \frac{P(A \text{ og } B)}{P(B)} = \frac{\frac{318}{2223}}{\frac{706}{2223}} = \underline{\underline{0,450}}$$

Alternativ 2:

$$P(\text{overlevende kvinne}) = \frac{318}{706} = \underline{\underline{0,450}}$$

9. A = "motor 1 fungerer"

B = "motor 2 fungerer"

$$P(A) = 0,99$$

$$P(B) = 0,99$$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 0,01$$

$$P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 0,01$$

a)

$$P(\text{begge motorene fungerer}) = P(A) \cdot P(B) = 0,99 \cdot 0,99 = \underline{\underline{0,98}}$$

b)

$$P(\text{en motor fungerer og en motor feiler}) = P(A) \cdot P(\bar{B}) = 0,99 \cdot 0,01 = \underline{\underline{0,0099}}$$

c)

$$P(\text{begge motorene feiler}) = P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}) = 0,01 \cdot 0,01 = \underline{\underline{0,0001}}$$

10. a)

$$P(\text{motor feiler}) = \frac{11}{50} = \underline{\underline{0,22}}$$

b)

$$P(\text{motor fungerer} \mid \text{vedlikeholdt}) = \frac{24}{25} = \underline{\underline{0,96}}$$

c)

$$P(\text{motor fungerer} \mid \text{ikke vedlikeholdt}) = \frac{15}{25} = \underline{\underline{0,60}}$$

d)

Motorproblemer forekommer i totalt 11 tilfeller. I 10 av disse tilfellene er motor ikke vedlikeholdt, mens 1 av disse tilfellene er motor vedlikeholdt.

$$P(\text{ikke vedlikeholdt} \mid \text{motor feiler}) = \frac{10}{11} = \underline{\underline{0,91}}$$

e)

$$P(\text{motor vedlikeholdt}) = \frac{25}{50} = \underline{\underline{0,50}}$$

f)

En motor som er vedlikeholdt i henhold til instruksene har en sannsynlighet på 96 % for å fungere, mens en motor som ikke er vedlikeholdt fungerer med en sannsynlighet på 60 %. Dette viser hvor viktig det er å vedlikeholde motorene regelmessig (i henhold til instruksene). Sannsynligheten for at en motor blir vedlikeholdt er bare 50 %, noe som avslører at flyselskapet har ganske slappe rutiner for vedlikehold av flymotorene. For å forbedre sikkerheten bør flyselskapet primært stramme inn rutinene for vedlikehold, slik at alle flymotorene blir vedlikeholdt i henhold til instruksene.

11. a)

Ut fra de opplysningene som er gitt i oppgaven, kan vi legge følgende resonnement til grunn for utarbeidelse av tabellen:

- Fordi 10 % av risikogruppen er HIV-smittet, regner vi med at 500 personer er smittet (10 % av 5000) og 4500 personer ikke er smittet (90 % av 5000).
- For de 500 personene som er smittet vil den første testen gi korrekt diagnose i 95 % av tilfellene. Dermed vil 475 av dem teste positivt (95 % av 500) og 25 av dem teste negativt (5 % av 500).
- For de 4500 personene som ikke er smittet, vil også den første testen gi korrekt diagnose. 4275 av dem vil teste negativt (95 % av 4500) og 225 av dem vil teste positivt (5 % av 4500).

	Første test positiv	Første test negativ	Totalt
HIV-smittet	475	25	500
Ikke HIV-smittet	225	4275	4500
Totalt	700	4300	5000

b)

Fra tabellen ser vi at det er totalt 700 personer som har testet positivt på første test. Av disse 700 er det 475 som er HIV-smittet.

$$P(\text{HIV - smittet} | \text{første test positiv}) = \frac{475}{700} = \underline{\underline{0,679}}$$

12. a)

$P(A_1 \cap A_2) = P(A_1) \cdot P(A_2)$, hvis A_1 og A_2 er uavhengige.

$$P(A_1) \cdot P(A_2) = 0,007 \cdot 0,003 = 0,000021$$

Verdien for $P(A_1) \cdot P(A_2)$ er ulik den oppgitte verdien for $P(A_1 \cap A_2)$, så derfor er konklusjonen at A_1 og A_2 er avhengige.

b)

$$\begin{aligned} P(\text{minst en detektor varsler}) &= 1 - P(\text{ingen varsler}) \\ &= 1 - P(A_1 \cap A_2) \\ &= 1 - 0,000028 = \underline{\underline{0,999972}} \end{aligned}$$

c)

$$P(A_1 | (A_1 \cup A_2)) = \frac{P(A_1 \cap (A_1 \cup A_2))}{P(A_1 \cup A_2)} = \frac{P(A_1)}{P(A_1 \cup A_2)} = \frac{0,007}{0,007 + 0,003 - 0,000028} = \underline{\underline{0,70}}$$

Kommentar: I oppgaven er det gitt at minst en av detektorene ikke varsler, som vil si at detektor A_1 eller A_2 ikke varsler. Dette kan skrives som $(A_1 \cup A_2)$. Siden oppgaven spør etter sannsynligheten for at detektor 1 ikke varsler, er det underforstått at det er detektor 2 som varsler. Dermed blir $P(A_1 \cap (A_1 \cup A_2)) = P(A_1)$.

13. $P(\bar{B})$ uttrykker sannsynligheten for systemfeil, gitt at en lampe lyser.

$$\begin{aligned}P(\bar{B}) &= P(\bar{B} \cap C_1) + P(\bar{B} \cap C_2) + P(\bar{B} \cap C_3) \\&= P(\bar{B} | C_1) \cdot P(C_1) + P(\bar{B} | C_2) \cdot P(C_2) + P(\bar{B} | C_3) \cdot P(C_3) \\&= (0,2 \cdot 0,5) + (0,4 \cdot 0,3) + (0,8 \cdot 0,2) = \underline{\underline{0,38}}\end{aligned}$$

14. a)

$$P(A) = P(\text{terningen viser 1}) = \frac{1}{6} = 0,167$$

$$P(B) = P(\text{terningen viser 2}) = \frac{1}{6} = 0,167$$

$$P(C) = P(\text{terningen viser 3}) = \frac{1}{6} = 0,167$$

$$P(D) = P(\text{terningen viser 4}) = \frac{1}{6} = 0,167$$

$$P(E) = P(\text{terningen viser 5}) = \frac{1}{6} = 0,167$$

$$P(F) = P(\text{terningen viser 6}) = \frac{1}{6} = 0,167$$

b)

$$\sum_x P(X) = P(A) + P(B) + P(C) + P(D) + P(E) + P(F) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{6}{6} = 1$$

Kommentar: Summen av alle sannsynlighetene må være eksakt 1, fordi vi her har summert sannsynligheten for alle mulige utfall ved kast av terning.

c)

Dersom X betegner verdien som terningen vil vise, betegner vi forventningsverdien med $E(X)$. Ved kast av terningen kan X få verdiene x_1, x_2 , osv. (dvs. X kan få verdiene 1, 2, 3, 4, 5 eller 6). For å finne forventningsverdien til X multipliseres verdien til x_1 med sannsynligheten for denne verdien, tilsvarende multipliseres x_2 med sannsynligheten for denne verdien, osv. Når alle verdier er multiplisert med tilhørende sannsynlighet, summeres alle disse. Utregningen av forventningsverdien for kast av vår terning blir altså som følgende:

$$\begin{aligned}E(X) &= x_1 \cdot P(A) + x_2 \cdot P(B) + x_3 \cdot P(C) + x_4 \cdot P(D) + x_5 \cdot P(E) + x_6 \cdot P(F) \\&= 1 \cdot 0,167 + 2 \cdot 0,167 + 3 \cdot 0,167 + 4 \cdot 0,167 + 5 \cdot 0,167 + 6 \cdot 0,167 \\&= \underline{\underline{3,5}}\end{aligned}$$

15. Forventet antall biler: $E(X) = 4 \cdot 0,15 + 5 \cdot 0,25 + 6 \cdot 0,30 + 7 \cdot 0,20 + 8 \cdot 0,10 = \underline{\underline{5,85}}$

Forventet fortjeneste: $E(\text{fortjeneste}) = E(X) \cdot 150 \text{ kr} = 5,85 \cdot 150 \text{ kr} = \underline{\underline{887,50 \text{ kr}}}$

16. $P(A) = P(\text{ingen trafikkulykker}) = 0,90$

$P(B) = P(1 \text{ trafikkulykke}) = 0,07$

$P(C) = P(2 \text{ trafikkulykker}) = 0,03$

$E(X) = 0 \cdot P(A) + 1 \cdot P(B) + 2 \cdot P(C) = 0 \cdot 0,90 + 1 \cdot 0,07 + 2 \cdot 0,03 = \underline{\underline{0,13 \text{ trafikkulykker pr. dag}}}$

Alternativt kan vi si at det går $\frac{1}{0,13} = 7,7$ dager mellom hver melding om trafikkulykke.

17. a)

$E(X) = 0 \cdot P(X=0) + 1 \cdot P(X=1) + 2 \cdot P(X=2) = 0 \cdot 0,95 + 1 \cdot 0,04 + 2 \cdot 0,01 = \underline{\underline{0,06}}$

$E(Y) = 0 \cdot P(Y=0) + 1 \cdot P(Y=1) + 2 \cdot P(Y=2) = 0 \cdot 0,90 + 1 \cdot 0,08 + 2 \cdot 0,02 = \underline{\underline{0,12}}$

$E(X + Y) = 0,06 + 0,12 = \underline{\underline{0,18}}$

Vi kan tolke $E(X)$ som ulykkesfrekvens pr. uke for maskin A, $E(Y)$ som ulykkesfrekvens pr. uke for maskin B og $E(X + Y)$ som totalt ulykkesfrekvens pr. uke for begge maskinene samlet.

b)

Å finne $P(X=i \cap Y=j)$ for $i, j = 0, 1, 2$ vil si å finne alle mulige kombinasjoner av feil som maskinene kan ha (hver maskin kan ha 0, 1 eller 2 feil). Siden det er antatt uavhengighet får vi:

$P(X=0 \cap Y=0) = P(X=0) \cdot P(Y=0) = 0,95 \cdot 0,90 = \underline{\underline{0,855}}$

$P(X=0 \cap Y=1) = P(X=0) \cdot P(Y=1) = 0,95 \cdot 0,08 = \underline{\underline{0,076}}$

$P(X=0 \cap Y=2) = P(X=0) \cdot P(Y=2) = 0,95 \cdot 0,02 = \underline{\underline{0,019}}$

$P(X=1 \cap Y=0) = P(X=1) \cdot P(Y=0) = 0,04 \cdot 0,90 = \underline{\underline{0,036}}$

$P(X=1 \cap Y=1) = P(X=1) \cdot P(Y=1) = 0,04 \cdot 0,08 = \underline{\underline{0,0032}}$

$P(X=1 \cap Y=2) = P(X=1) \cdot P(Y=2) = 0,04 \cdot 0,02 = \underline{\underline{0,0008}}$

$P(X=2 \cap Y=0) = P(X=2) \cdot P(Y=0) = 0,01 \cdot 0,90 = \underline{\underline{0,009}}$

$P(X=2 \cap Y=1) = P(X=2) \cdot P(Y=1) = 0,01 \cdot 0,08 = \underline{\underline{0,0008}}$

$P(X=2 \cap Y=2) = P(X=2) \cdot P(Y=2) = 0,01 \cdot 0,02 = \underline{\underline{0,0002}}$

Sannsynligheten for at det oppstår flere feil på maskin A enn på maskin B:

$P(X > Y) = P(X=1 \cap Y=0) + P(X=2 \cap Y=0) + P(X=2 \cap Y=1)$
 $= 0,036 + 0,009 + 0,0008 = \underline{\underline{0,0458}}$

c)

$$\begin{aligned} P(X=0 | X+Y=2) &= \frac{P(X=0 \cap (X+Y=2))}{P(X+Y=2)} \\ &= \frac{P(X=0 \cap Y=2)}{P(X=0 \cap Y=2) + P(X=1 \cap Y=1) + P(X=2 \cap Y=0)} \\ &= \frac{0,018}{0,19 + 0,0032 + 0,009} = \underline{\underline{0,61}} \end{aligned}$$

Vurdering av risiko

PLL = Potensial Loss of Life (uttrykker forventet antall drepte, normalt i løpet av ett år)

$$FAR = \frac{\text{forventet antall drepte}}{\text{eksponert tid}} \cdot 10^8 = \frac{PLL}{n \cdot t} \cdot 10^8 \quad (n \text{ er personer under risikoeksponering } t \text{ timer pr. år})$$

$$AIR = \frac{\text{forventet antall drepte}}{\text{personer under eksponering}} = \frac{PLL}{n}$$

18. Begrepet risiko brukes ofte for å uttrykke *den fare som uønskede hendelser representerer for mennesker, miljø og økonomiske verdier*. Risikoen kan uttrykkes kvantitativt på flere måter, men vanligvis defineres risiko som kombinasjonen av mulige konsekvenser og tilhørende sannsynligheter. En alternativ og mer generell definisjon er å si at risiko er en kombinasjon av mulige konsekvenser og tilhørende usikkerhet om hva som vil bli konsekvensene. Hvis usikkerhetene beskrives gjennom sannsynligheter, faller disse to definisjonene sammen.

Statistisk forventet tap kan benyttes som mål på risiko. Denne verdien beregnes ved å multiplisere sammen tap med tilhørende sannsynlighet, og summere over alle aktuelle konsekvenser. Den viktigste fordelene med denne måten å uttrykke risiko på er at det inngår bare én verdi, slik at vurderinger og sammenligninger av risiko enkelt kan utføres.

I situasjoner hvor risikoen er relatert til tap av liv, brukes ofte den såkalte FAR-verdien for å beskrive risikonivået. FAR-verdien er definert som det statistisk forventede tap av liv pr. 100 millioner (10^8) eksponerte timer.

19. Sannsynlighetsbegrepet anvendes når vi skal betrakte framtidige situasjoner der det er flere mulige utfall. I en gitt situasjon vil vi oppleve ett av disse mulige utfallene, uten at vi på forhånd kan forutsi hvilket. Sannsynligheten for en hendelse uttrykker hvor "sannsynlig" hendelsen er og angis som en verdi i intervallet $[0, 1]$.

En frekvens angir det statistisk forventede antall hendelser pr. tidsenhet eller pr. operasjon. Med en klassisk fortolkning av sannsynlighetsbegrepet betyr statistisk forventet verdi et gjennomsnitt.

I den klassiske fortolkningen finnes det en objektiv sannsynlighet gitt ved den relative andelen "suksesser" dersom situasjonen som betraktes repeteres et stort antall ganger. I praksis *estimeres* (anslås) denne sannsynligheten ved hjelp av erfaringsdata. Det finnes altså en sann, underliggende sannsynlighet som vi ønsker å estimere.

Den alternative fortolkningen er "subjektive sannsynligheter": En sannsynlighet er en måte å uttrykke usikkerhet knyttet til hvorvidt en hendelse vil inntreffe eller ikke, hvor stor en viss størrelse er/vil bli, f.eks. hvor mange ulykker som vil inntreffe i løpet av et gitt tidsrom, eller hvor stort produksjonstap en vil få neste år. Hvis du sier at en hendelse har en sannsynlighet på 10 %, betyr det at usikkerheten vurderes å være den samme som å trekke en bestemt kule ut av en urne som består av 10 kuler, under vanlige

forsøksbetingelser. En subjektiv sannsynlighet kan også forstås som en måte å uttrykke grad av tro ("degree of belief").

20. Klassisk perspektiv:

I det klassiske perspektivet antas det at det finnes en sann verdi p som angir sannsynligheten for hendelse A . Sannsynligheten p representerer den relative andelen av ganger A inntreffer dersom vi tenker oss situasjonen som analyseres gjentatt et stort antall ganger. Denne sanne verdien er ukjent og estimeres (anslås) i risikoanalysen.

Alternativt perspektiv:

I det klassiske perspektivet er usikkerheten knyttet til estimeringen av en ukjent verdi, en sannsynlighet. I det alternative perspektivet er utgangspunktet et helt annet. En fokuserer på det som egentlig er det usikre, nemlig om visse hendelser kommer til å inntreffe eller ikke. Denne usikkerheten er knyttet til den informasjon/kunnskap som er tilgjengelig på det aktuelle tidspunkt. I risikoanalysen/pålitelighetsanalysen brukes sannsynligheter for å uttrykke usikkerheten, slik den fremstår for analysegruppen. Disse sannsynlighetene er subjektive sannsynligheter.

21. $PLL = \frac{6 \text{ drepte}}{10 \text{ år}} = \underline{\underline{0,6}}$ (forventet antall drepte pr. år)

$$\text{Ekspontert tid} = (10\,000 \text{ årsverk}) \cdot (1600 \text{ timer}) = 16\,000\,000 \text{ timer} = 1,6 \cdot 10^7 \text{ timer}$$

$$FAR = \frac{6}{1,6 \cdot 10^7} \cdot 10^8 = \underline{\underline{37,5}}$$

22. $AIR = \frac{1}{1000} = \underline{\underline{0,001}} \Rightarrow 0,1\%$

23. $PLL = \frac{5 \text{ drepte}}{10 \text{ år}} = \underline{\underline{0,5}}$ (forventet antall drepte pr. år)

$$\text{Ekspontert tid} = (100 \text{ personer}) \cdot (1700 \text{ timer pr. år pr. person}) = 170\,000 \text{ timer}$$

$$FAR = \frac{0,5}{170000} \cdot 10^8 = \underline{\underline{294}}$$

24. $PLL = \frac{5 \text{ drepte}}{30 \text{ år}} = \underline{\underline{0,167}}$ (forventet antall drepte pr. år)

$$\text{Ekspontert tid} = (100 \text{ personer}) \cdot (1700 \text{ timer pr. år pr. person}) = 170\,000 \text{ timer}$$

$$FAR = \frac{0,167}{170000} \cdot 10^8 = \underline{\underline{98}}$$

25. $\text{Ekspontert tid} = (1500 \text{ personer}) \cdot (52 \text{ uker}) \cdot (1 \text{ times flytid}) = \underline{\underline{78000 \text{ timer}}}$

$$PLL = \frac{FAR \cdot (\text{ekspontert tid})}{10^8} = \frac{56 \cdot 78000}{10^8} = \underline{\underline{0,04}}$$

$$26. \text{ PLL} = \frac{\text{FAR} \cdot (\text{eksponert tid})}{10^8} = \frac{40 \cdot 78000}{10^8} = \underline{0,03}$$

Forbedring i PLL = (gammel PLL) – (ny PLL) = 0,04 – 0,03 = 0,01 (har spart 0,01 menneskeliv pr. år)

$$\text{"Prisen" på et menneskeliv} = \frac{1\,000\,000 \text{ kr/år}}{0,01 \text{ menneskeliv/år}} = \underline{\underline{100\,000\,000 \text{ kr/menneskeliv}}}$$

27. Industriegren A:

$$\text{Eksponert tid} = (50\,000 \text{ årsverk}) \cdot (1600 \text{ timer}) = 80\,000\,000 \text{ timer} = 8 \cdot 10^7 \text{ timer}$$

$$\text{FAR} = \frac{16}{8 \cdot 10^7} \cdot 10^8 = \underline{20}$$

Industriegren B:

$$\text{Eksponert tid} = (10\,000 \text{ årsverk}) \cdot (1600 \text{ timer}) = 10\,000\,000 \text{ timer} = 1,6 \cdot 10^7 \text{ timer}$$

$$\text{FAR} = \frac{5}{1,6 \cdot 10^7} \cdot 10^8 = \underline{\underline{31,25}}$$

Begge industriegrenene under ett:

$$\text{Eksponert tid} = (60\,000 \text{ årsverk}) \cdot (1600 \text{ timer}) = 96\,000\,000 \text{ timer} = 9,6 \cdot 10^7 \text{ timer}$$

$$\text{Antall drepte} = 21$$

$$\text{FAR} = \frac{21}{9,6 \cdot 10^7} \cdot 10^8 = \underline{\underline{21,9}}$$

Betenkeligheter ved å uttrykke risikoen ved hjelp av FAR:

FAR er et veldig enkelt mål og det er mange sider ved risikoen knyttet til aktiviteten som ikke fremkommer bare ved å rapportere FAR. For eksempel sier ikke FAR noe om fordelingen mellom storulykker og småulykker. En enkeltstående storulykke kan bidra til å heve den observerte FAR-verdien betydelig. Videre fanger ikke FAR-verdier opp forbedringer i sikkerheten som kan være gjort i nyere tid, de sier ikke noe om ulykker som ikke førte til tap av menneskeliv osv. Vi ser også i eksemplet her at når vi slår sammen data fra flere industrier til en felles beregning av FAR, så dominerer den industrien med flest eksponeringstimer (her industriegren A). Dersom det er grunn til å tro at risikonivået er forskjellig i ulike industrier, bør ikke slik sammenslåing gjøres (heller ikke om eksponeringstidene er like).

$$28. \text{ Hundre millioner timer} = \frac{10^8 \text{ timer}}{(500 \cdot 1600) \text{ persontimer/år}} = \underline{\underline{125 \text{ driftsår}}}$$

Begrepet "driftsår" brukes i forbindelse med regnskap. Varigheten er 12 måneder, men samsvarer ikke nødvendigvis med et kalenderår.

Alternativ 1:

FAR = 10 vil si forventet 10 drepte i løpet av 125 driftsår. 10 % reduksjon i FAR vil da si en reduksjon i forventet antall drepte på en (fra 10 til 9) i løpet av 125 driftsår. Med 2 millioner i kostnad pr. år kan man si at prisen settes til $2 \cdot 125 = \underline{\underline{250 \text{ millioner}}}$ pr. liv.

Alternativ 2:

Ekspontert tid = $500 \cdot (1600 \text{ timer}) = 800\,000 \text{ timer}$

$$PLL_{\text{før innføring}} = \frac{10 \cdot 800\,000}{10^8} = 0,08$$

$$PLL_{\text{etter innføring}} = \frac{9 \cdot 800\,000}{10^8} = 0,072$$

Dette vil si at en reduksjon av FAR på 10 % (fra 10 til 9) betyr at forventet antall drepte (PLL) reduseres fra 0,08 til 0,072, dvs. en reduksjon på 0,008. "Prislappen" på et menneskeliv blir dermed:

$$\text{"Prisen" på et menneskeliv} = \frac{2\,000\,000 \text{ kr/år}}{0,008 \text{ menneskeliv/år}} = \underline{\underline{250\,000\,000 \text{ kr/menneskeliv}}}$$

29. a)

Ulykkeskategori	Frekvens pr. anleggsår
1 drept	$\frac{140}{(10 \text{ år}) \cdot (2000 \text{ anlegg})} = 0,007$
2-4 drepte	$\frac{10}{(10 \text{ år}) \cdot (2000 \text{ anlegg})} = 0,0005$
5-9 drepte	$\frac{6}{(10 \text{ år}) \cdot (2000 \text{ anlegg})} = 0,0003$
10-20 drepte	$\frac{3}{(10 \text{ år}) \cdot (2000 \text{ anlegg})} = 0,00015$

Dersom vi ikke har annen informasjon enn tabellen over, er det rimelig å bruke 0,00015 som sannsynlighet for at det på et bestemt anlegg skal skje en ulykke som medfører 10-20 drepte i løpet av ett år.

b)

Her vet vi ikke nøyaktig antall drepte eller nøyaktig antall arbeidstimer, men begge deler kan anslås ut fra informasjonen gitt i oppgaven.

$$\text{Antall drepte} \approx (1 \cdot 140) + (3 \cdot 10) + (7 \cdot 6) + (15 \cdot 3) = 257$$

$$PLL = \frac{257 \text{ drepte}}{10 \text{ år}} = \underline{\underline{25,7}} \text{ (forventet antall drepte pr. år)}$$

Antar at arbeidstid for den enkelte er 1600 timer pr. år.

$$\text{Ekspontert tid} \approx (2000 \text{ anlegg}) \cdot (100 \text{ personer}) \cdot (1600 \text{ timer pr. år pr. person}) = 320\,000\,000 \text{ timer}$$

$$FAR \approx \frac{25,7}{320\,000\,000} \cdot 10^8 = \underline{\underline{8,0}}$$

30. Dette utsagnet gir mest mening i et alternativt/bayesiansk/subjektivt perspektiv (i et klassisk perspektiv fastsetter man ikke sannsynligheter, man estimerer dem). Tallet 0,1 angir da analysegruppen sin usikkerhet omkring hvorvidt den bestemte handlingen (f.eks. innbrudd, sabotasje, e.l.) vil komme til å skje eller ikke. Dette betyr at de vurderer usikkerheten omkring hvorvidt dette kommer til å skje eller ikke til å være det samme som usikkerheten knyttet til å trekke ut en bestemt kule fra en urne med 10 kuler.

Dersom de som planlegger å gjøre den uønskede handlingen får vite om denne sannsynligheten, men analysegruppen ikke vet at de vet det, vil ikke dette endre noe på sannsynligheten. Analysegruppen sin usikkerhet endrer seg ikke noe som følge av ting de ikke vet om. Dersom analysegruppen derimot får vite at de som planlegger handlingen vet om deres vurdering, kan det godt være at analysegruppen revurderer usikkerheten og fastsetter en ny sannsynlighet.

- 31.** Det nedlegges 10 000 årsverk i løpet av 10 år, noe som gir 1000 årsverk i løpet av 1 år. Forventet antall drepte i løpet av 1 år blir $6/10 = 0,6$ (statistisk forventet antall drepte).

Sannsynligheten for at Ole Jensen vil omkomme kan dermed estimeres som følgende:

$$P(\text{Ole Jensen vil omkomme neste år}) = \frac{0,6}{1000} = 0,0006 \Rightarrow 0,06\%$$

Dette kan være et matematisk korrekt estimat. Men på en annen side uttrykker statistiske data risikoen knyttet til aktiviteten, og ikke risikoen som enkeltpersoner utsetter seg for. Kanskje Ole Jensen har en type jobb ved bedriften som gjør at han er mindre utsatt (eller mer utsatt).

- 32.** For å vurdere risikoen forbundet med å reise med bil i forhold til å reise med fly kan vi bruke formelen for FAR (såfremt vi gjør noen antakelser). Vi antar at reisetiden med fly er 1 time (eksponert tid = 1 time) og reisetiden med bil er 7 timer (eksponert tid = 7 timer). Videre antar vi at antall personer under risikoeksponering er 1 ($n = 1$), siden det kun er Ole sin risiko som vurderes i denne oppgaven. Det eneste vi mangler nå er PLL, som vi kan beregne ved å snu litt på formelen for FAR:

$$\text{FAR} = \frac{\text{PLL}}{n \cdot t} \cdot 10^8$$

$$\text{PLL} = \frac{\text{FAR} \cdot n \cdot t}{10^8}$$

PLL for bil:

$$\text{PLL}_{\text{bil}} = \frac{\text{FAR} \cdot n \cdot t}{10^8} = \frac{17 \cdot 1 \cdot 7}{10^8} = 119 \cdot 10^{-8}$$

PLL for fly:

$$\text{PLL}_{\text{fly}} = \frac{\text{FAR} \cdot n \cdot t}{10^8} = \frac{34 \cdot 1 \cdot 1}{10^8} = 34 \cdot 10^{-8}$$

Vi kan nå bruke PLL som et mål for risiko og sammenligne PLL for bil med PLL for fly:

$$\frac{\text{PLL}_{\text{bil}}}{\text{PLL}_{\text{fly}}} = \frac{119 \cdot 10^{-8}}{34 \cdot 10^{-8}} = 3,5$$

Det vi ser er at PLL for bil er 3,5 ganger så stor som PLL for fly. Med andre ord, det er 3,5 ganger så stor sannsynlighet for å bli drept hvis man reiser fra Stavanger til Oslo med bil enn med fly. Ole burde derfor, sett fra sikkerhetshensyn (erfaringsdata fra statistikk), heller fly enn å kjøre bil til Oslo.

33. Ett år er svært kort tid i denne sammenhengen. Det har sikkert ikke inntruffet noen storulykker i denne perioden, mens disse kanskje er tatt med i den teoretiske analysen.

$$34. \text{AIR} = \frac{242}{4\,640\,219} = 0,00005 \Rightarrow 0,005 \%$$

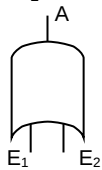
Denne beregnede sannsynligheten vil kun være et gjennomsnitt for hele befolkningen i landet, og trolig lite representativt for en bestemt person. For eksempel har unge bilførere, som nettopp har fått sertifikatet, veldig stor sannsynlighet for å havne i en trafikkulykke. For personer som ikke har sertifikat, og sjeldent er passasjer i bil, vil sannsynligheten for å bli involvert i en trafikkulykke være minimal. Bruk av AIR til å uttrykke risikoen er mer egnet der alle involverte personer er utsatt for samme risiko, for eksempel risikoen for å omkomme i en helikopterstyrt på vei ut til en offshoreplattform.

35. Statistikk har lett for å bli misbrukt, så en må være forsiktig når en skal trekke slutninger fra et statistisk datamateriale. Noen viktige momenter i denne sammenhengen er:
- Den framtidige situasjonen kan være helt forskjellig fra den som statistikken bygger på, slik at direkte bruk av statistikken for å uttrykke dagens eller fremtidens risikonivå, må gjøres med forsiktighet.
 - Statistikk sier ofte noe om risikonivået knyttet til en aktivitet. Hvilken risiko den enkelte person har, sier statistikken ingenting om.
 - For å kunne foreta sammenligninger av risikonivå mellom ulike grupper, må det etableres en felles målestokk. F.eks. kan dette gjøres med å bruke FAR-verdien. Det er imidlertid vanskelig å fastsette antall eksponerte timer på en "rettferdig" måte.
 - Sammenligninger av skadefrekvens mellom ulike aktiviteter (f.eks. bedrifter) som ikke følger de samme rapporteringsrutinene, vil være vanskelig. Forskjellige "terskler" for rapportering, dvs. hvor små skader som vanligvis rapporteres, kan gi store utslag på det totale antallet skader. I tillegg vil en statistikk over ulykker sjelden eller aldri være komplett. Enkelte hendelser som skulle ha vært rapportert, kan av en eller annen grunn ha blitt utelatt.
 - I situasjoner med et lite datagrunnlag vil "tilfeldige variasjoner" kunne gi store utslag på resultatene. F.eks. kan en storulykke, med mange omkomne, gi dramatiske utslag på statistikken.
 - Ulykkesstatistikk kan i visse tilfeller brukes til å analysere årsaker til bestemte typer ulykker. Statistikken i seg selv beviser imidlertid ingen årsakssammenheng. Selv om det for en bestemt aktivitet er identifisert en klar statistisk sammenheng mellom f.eks. skadefrekvens og alder, vil det ikke være riktig å si at det er alderen som er årsak til forskjellen i ulykkesfrekvensen. Statistikken kan bare gi indikasjoner på årsaks-sammenhenger.
 - Et statistisk materiale som ikke oppgir kilder og forutsetninger, er av liten verdi. Det må f.eks. klart fremgå hva som er tatt med av hendelser innenfor de enkelte ulykkes-kategoriene.

Feiltreanalyse

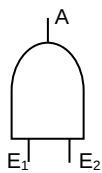
Logiske koplinger:

”Eller”-port



Utgangshendelsen A inntreffer hvis minst én av inngangshendelsene E_i inntreffer. Er det kun 2 inngangshendelser, må inngangshendelse E_1 eller E_2 inntreffe for at utgangshendelsen A skal inntreffe.

”Og”-port



Utgangshendelsen A inntreffer hvis samtlige inngangshendelser E_i inntreffer. Er det kun 2 inngangshendelser, må inngangshendelse E_1 og E_2 inntreffe for at utgangshendelsen A skal inntreffe.

Systempålitelighet:

p_i er påliteligheten til komponent i (sannsynligheten for at komponent i fungerer)

$q_i = 1 - p_i$ er upåliteligheten til komponent i (sannsynlighet for at komponent i ikke fungerer)

h er påliteligheten til systemet (sannsynligheten for at systemet fungerer)

$g = 1 - h$ er upåliteligheten til systemet (sannsynligheten for at systemet ikke fungerer)

w_1 er systemets tilnærmede upålitelighet

$$w_1 = \sum_{i=1}^n P(A_i)$$

$$w_2 = \sum_{i < j} P(A_i \cap A_j)$$

$$w_r = \sum_{i_1 < i_2 < \dots < i_r} P(\bigcap_{j=1}^r A_{i_j})$$

Formel som benyttes for å beregne eksakt systempålitelighet:

$$P(\bigcup_{i=1}^n A_i) = w_1 - w_2 + w_3 - \dots + (-1)^{n+1} w_n$$

36. Ordet pålitelighet kan forstås som *en karakteristikk av (et uttrykk for) evnen en komponent eller et system har til å utføre en tiltenkt funksjon*. Hvor stor denne evnen er (vurderes å være), oppgis på forskjellige måter i forskjellige situasjoner, f.eks. som

- sannsynlighetsfordeling for levetid
- statistisk forventet levetid
- frekvens av svikt pr. tidsenhet
- sannsynligheten for at komponenten/systemet funksjonerer på et gitt tidspunkt

37. Beskrivelsen av topphendelsen bør gi svar på spørsmålene:

Hva – Beskriver hvilken type uønsket hendelse som inntreffer, f.eks. brann

Hvor – Beskriver hvor den uønskede hendelsen inntreffer, f.eks. i motorrommet på bilen

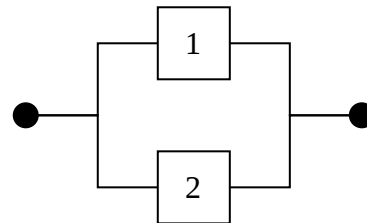
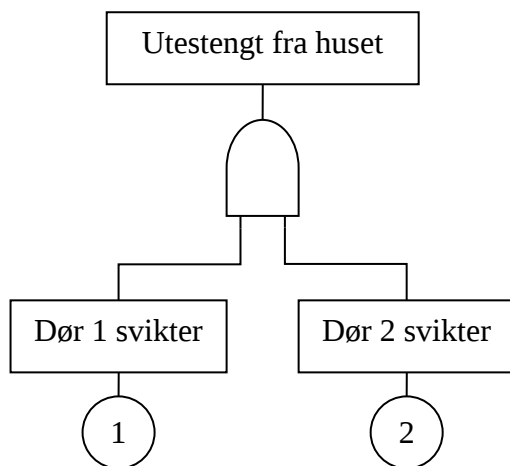
Når – Beskriver når den uønskede hendelsen inntreffer, f.eks. under normal kjøring

En klar definisjon av topphendelsen i eksempelet her vil dermed bli: "Brann i motorrommet på bilen under normal kjøring".

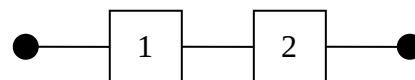
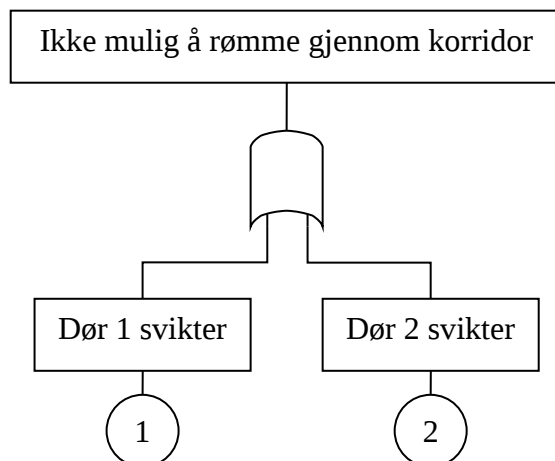
38. Med randbetingelser menes det blant annet:

1. Definisjon av systemets fysiske grenser: Hvilke deler av systemet skal omhandles i analysen, og hvilke deler skal ikke betraktes?
2. Definisjon av initialbetingelser: F.eks. hvilke ventiler er åpne/lukket og hvilke pumper er i funksjon?
3. Avgrensninger med hensyn til eksterne belastninger: Hvilke eksterne belastninger skal betraktes i analysen? Med eksterne belastninger menes her sabotasje, krig, jordskjelv, lynnedslag, m.m.
4. Fastsettelse av detaljeringsnivå: Hvor langt ned i detaljeringsnivå skal en gå for å finne årsakene til en feiltilstand? Skal en f.eks. være tilfreds med å ha identifisert feilårsaken "ventilfeil", eller skal en gå videre og dele inn feil ved ventilhus, ventilsete, aktuator, o.l.? Normalt vil detaljeringsnivået bestemmes ut fra det nivået der de nødvendige erfaringsdata finnes.

39.



40.



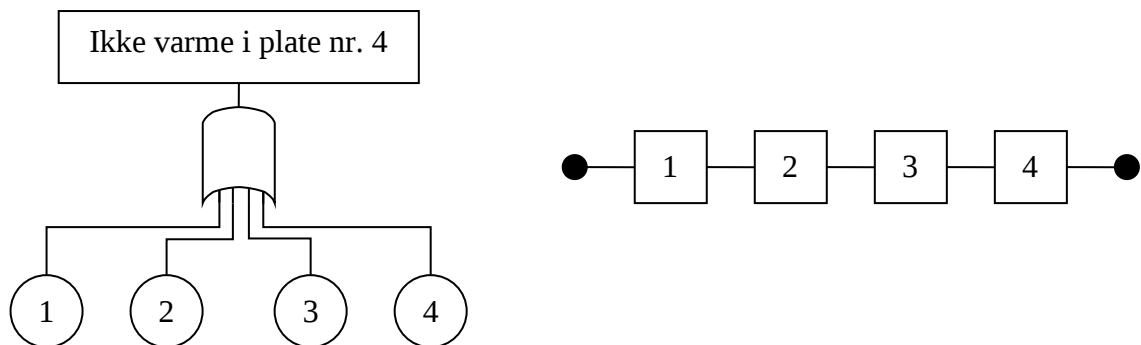
41. En kuttmengde i et feiltre er en mengde av inngangshendelser, som ved å inntreffe samtidig, sikrer at topphendelsen inntreffer. En kuttmengde i et pålitelighetsblokkdiagram er en mengde av komponenter som ved å svikte, fører til at systemet svikter.

En kuttmengde er minimal dersom den ikke kan reduseres uten å miste status som kuttmengde.

42. Dersom sannsynligheten for topphendelsen er liten og inngangshendelsene uavhengige, kan sannsynligheten for topphendelsen finnes tilnærmet ved å summere sannsynlighetene for at de minimale kuttmengdene skal svikte. For en bestemt minimal kuttmengde bestemmes denne sannsynligheten ved å multiplisere sammen sannsynlighetene for de forskjellige inngangshendelsene som inngår i kuttmengden. At inngangshendelsene er uavhengige betyr at sannsynligheten for at en inngangshendelse skal inntreffe, ikke påvirkes av hvorvidt én eller flere av de andre inngangshendelsene har inntruffet. Denne metoden innebærer at en ser bort fra muligheten for at to eller flere minimale kuttmengder kan svikte samtidig.

Det er viktig å merke seg at denne metoden ofte bare er en god *tilnærming* til systemets pålitelighet. Grunnen til at systemets pålitelighet ikke blir helt eksakt, er at kuttmengdene på generelt grunnlag ikke er uavhengige – de kan ha noen felles elementer eller være avhengige av hverandre.

43. a)



Minimal kuttmengde: {1}, {2}, {3}, {4}

b)

q_i er sannsynligheten for at komponent i ikke fungerer
 w_1 er systemets tilnærmede upålitelighet

$$q_1 = P(\overline{\text{strøm i kontakten}}) = 1 - 0,99 = 0,01$$

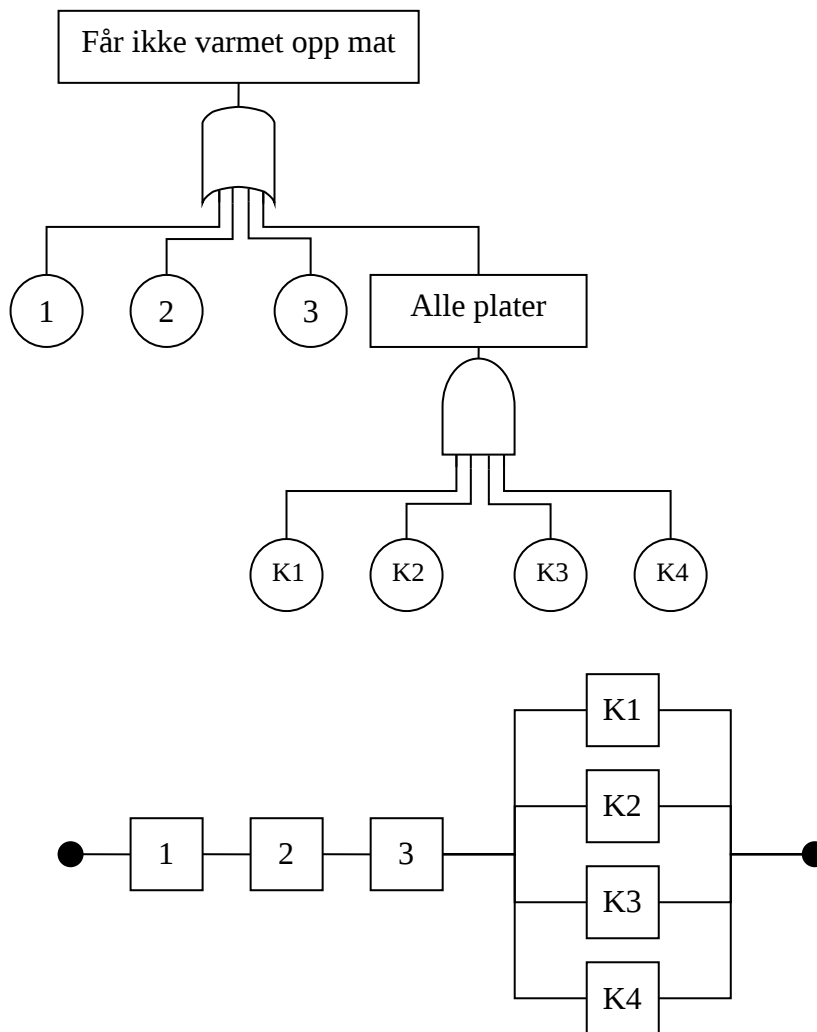
$$q_2 = P(\overline{\text{bryter til komfyren virker}}) = 1 - 0,98 = 0,02$$

$$q_3 = P(\overline{\text{sikringen fungerer}}) = 1 - 0,96 = 0,04$$

$$q_4 = P(\overline{\text{kokeplate nr. 4 fungerer}}) = 1 - 0,95 = 0,05$$

$$w_1 = P(\text{ikke varme i plate nr. 4}) = q_1 + q_2 + q_3 + q_4 = 0,01 + 0,02 + 0,04 + 0,05 = \underline{\underline{0,12}}$$

44. a)



Minimal kuttmengde: {1}, {2}, {3}, {K1, K2, K3, K4}

b)

q_i er sannsynligheten for at komponent i ikke fungerer

w_1 er systemets tilnærmede upålitelighet

$$q_1 = P(\overline{\text{strøm i kontakten}}) = 1 - 0,99 = 0,01$$

$$q_2 = P(\overline{\text{bryter til komfyren virker}}) = 1 - 0,98 = 0,02$$

$$q_3 = P(\overline{\text{sikringen fungerer}}) = 1 - 0,96 = 0,04$$

$$q_{K1} = q_{K2} = q_{K3} = q_{K4} = P(\overline{\text{kokeplate fungerer}}) = 1 - 0,95 = 0,05$$

$$\begin{aligned} w_1 = P(\text{ikke varme i plate nr. 4}) &= q_1 + q_2 + q_3 + (q_{K1} \cdot q_{K2} \cdot q_{K3} \cdot q_{K4}) \\ &= 0,01 + 0,02 + 0,04 + (0,05 \cdot 0,05 \cdot 0,05 \cdot 0,05) = \underline{\underline{0,07}} \end{aligned}$$

45. Upålitelighet til komponentene:

$$q_1 = P(\overline{A_1}) = 0,1$$

$$q_2 = P(\overline{A_2}) = 0,1$$

$$q_3 = P(\overline{A_3}) = 0,1$$

a)

Minimale kuttmengder: {1}, {2}, {3}

Tilnærmet upålitelighet: $w_1 = g = q_1 + q_2 + q_3 = 0,1 + 0,1 + 0,1 = 0,3$

Tilnærmet pålitelighet: $h = 1 - g = 1 - 0,3 = \underline{\underline{0,7}}$

b)

Minimale kuttmengder: {1, 2, 3}

Tilnærmet upålitelighet: $w_1 = g = q_1 q_2 q_3 = 0,1 \cdot 0,1 \cdot 0,1 = 0,001$

Tilnærmet pålitelighet: $h = 1 - g = 1 - 0,001 = \underline{\underline{0,999}}$

c)

Minimale kuttmengder: {1, 2}, {3}

Tilnærmet upålitelighet: $w_1 = g = q_1 q_2 + q_3 = (0,1 \cdot 0,1) + 0,1 = 0,11$

Tilnærmet pålitelighet: $h = 1 - g = 1 - 0,11 = \underline{\underline{0,89}}$

46. a)

Fra pålitelighetsblokkdiagrammet ser vi at komponent 1 eller 2 må fungere, samtidig som komponent 3 må fungere, for at systemet skal fungere. Dette kan uttrykkes som følgende:

$$P(B) = P((A_1 \cup A_2) \cap A_3) = P(A_1 \cup A_2) \cdot P(A_3)$$

Vi trenger nå å finne $P(A_1 \cup A_2)$. Sannsynligheten for at komponent 1 eller 2 fungerer kan alternativt skrives som $1 - P(\text{komponent 1 fungerer ikke og komponent 2 fungerer ikke})$. Vi får dermed følgende:

$$P(A_1 \cup A_2) = 1 - P(\overline{A_1} \cap \overline{A_2}) = 1 - P(\overline{A_1} | \overline{A_2}) \cdot P(\overline{A_2}) = 1 - (0,5 \cdot 0,1) = 0,95$$

Dermed har vi det vi trenger for å $P(B)$:

$$P(B) = P(A_1 \cup A_2) \cdot P(A_3) = 0,95 \cdot 0,99 = \underline{\underline{0,94}}$$

b)

Sannsynligheten for at ingen av komponentene fungerer:

$$P(X = 0) = P(\overline{A_1}) \cdot P(\overline{A_2}) \cdot P(\overline{A_3}) = 0,1 \cdot 0,1 \cdot 0,1 = \underline{\underline{0,001}}$$

Sannsynligheten for at 2 eller 3 komponenter fungerer:

$$P(X \geq 2) = P(X = 2) + P(X = 3)$$

$P(X = 2)$ er sannsynligheten for at akkurat 2 komponenter fungerer. Hver av de tre komponentene i systemet kan feile, noe som gir tre forskjellige kombinasjoner der 2 komponenter fungerer. $P(X = 3)$ er sannsynligheten for at alle 3 komponentene fungerer.

Vi regner først ut disse to sannsynlighetene, og summerer så disse for å få sannsynligheten for at 2 eller 3 komponenter fungerer:

$$P(X=2) = (P(A_1) \cdot P(\overline{A_2}) \cdot P(\overline{A_3})) + (P(\overline{A_1}) \cdot P(A_2) \cdot P(\overline{A_3})) + (P(\overline{A_1}) \cdot P(\overline{A_2}) \cdot P(A_3)) \\ = (0,9 \cdot 0,1 \cdot 0,1) + (0,1 \cdot 0,9 \cdot 0,1) + (0,1 \cdot 0,1 \cdot 0,9) = 0,243$$

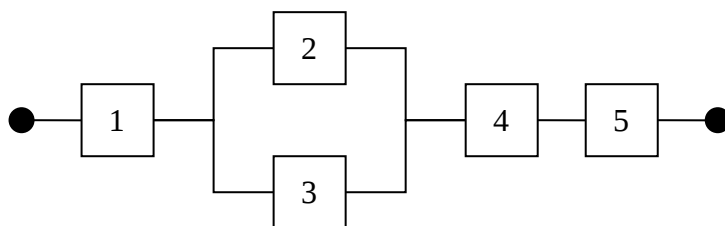
$$P(X=3) = (P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(A_3)) = (0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,9) = 0,729$$

$$P(X \geq 2) = P(X=2) + P(X=3) = 0,243 + 0,729 = \underline{\underline{0,972}}$$

Forventet antall komponenter som fungerer:

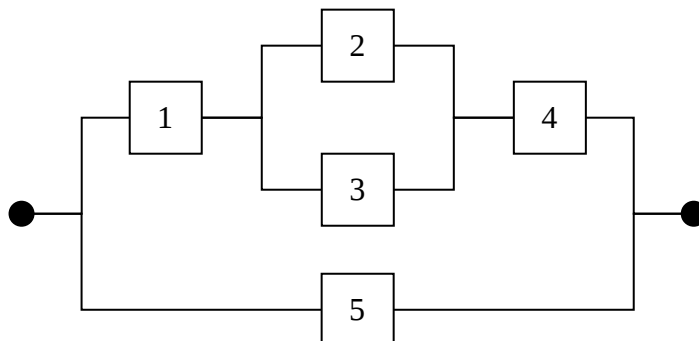
$$E(X) = 0 \cdot P(X=0) + 1 \cdot P(X=1) + 2 \cdot P(X=2) + 3 \cdot P(X=3) \\ = 0 \cdot 0,001 + 1 \cdot 0,027 + 2 \cdot 0,243 + 3 \cdot 0,729 = \underline{\underline{2,7}}$$

47. a)



Minimale kuttmengder: $\{1\}$, $\{2, 3\}$, $\{4\}$, $\{5\}$

b)



Minimale kuttmengder: $\{1, 5\}$, $\{2, 3, 5\}$, $\{4, 5\}$

c)

$$P(\text{kuttmengde } \{1, 5\} \text{ svikter}) = P(1 \text{ og } 5 \text{ svikter}) = q_1 \cdot q_5 = 0,005 \cdot 0,01 = \underline{\underline{0,00005}}$$

$$P(\text{kuttmengde } \{2, 3, 5\} \text{ svikter}) = P(2 \text{ og } 3 \text{ og } 5 \text{ svikter}) = q_2 \cdot q_3 \cdot q_5 = 0,02 \cdot 0,02 \cdot 0,01 = \underline{\underline{0,000004}}$$

$$P(\text{kuttmengde } \{4, 5\} \text{ svikter}) = P(4 \text{ og } 5 \text{ svikter}) = q_4 \cdot q_5 = 0,03 \cdot 0,01 = \underline{\underline{0,0003}}$$

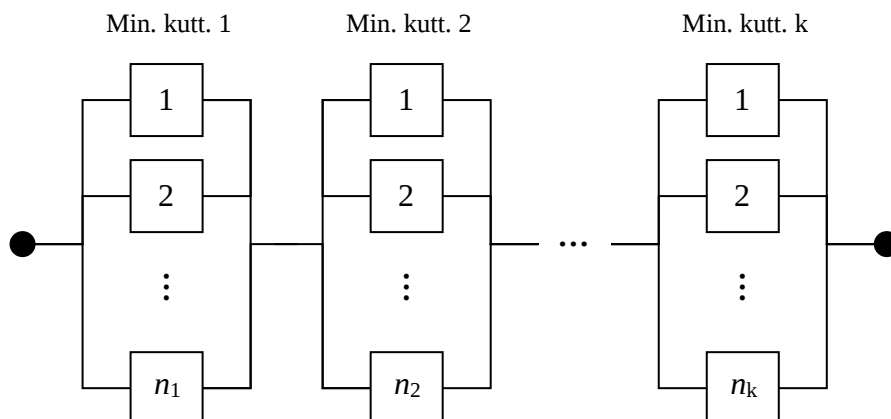
$$w_1 = P(\text{bremsesystemet svikter})$$

$$= P(\text{kuttmengde } \{1, 5\} \text{ svikter} \cup \text{kuttmengde } \{2, 3, 5\} \text{ svikter} \cup \text{kuttmengde } \{4, 5\} \text{ svikter})$$

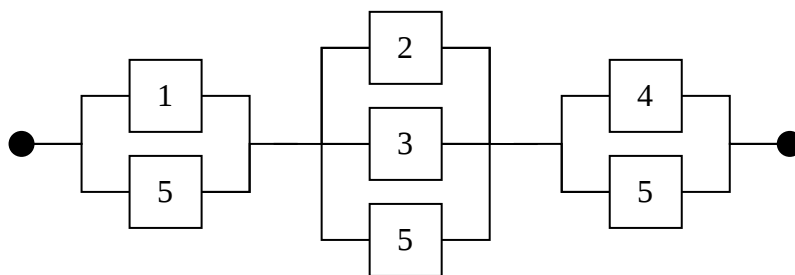
$$= 0,00005 + 0,000004 + 0,0003$$

$$= \underline{\underline{0,000354}}$$

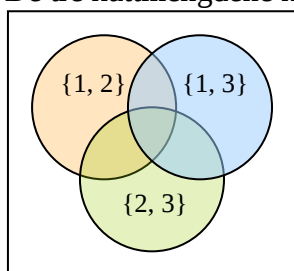
48. Dersom vi kjenner alle de minimale kuttmengdene, så kan vi sette opp et pålitelighetsblokkdiagram som en serie av paralleller hvor hver kuttmengde utgjør en parallell. Tanken bak dette er at for at systemet skal virke må minst et element i alle de minimale kuttmengdene fungere.



49.

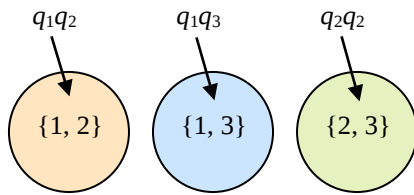


50. De tre kuttmengdene kan illustreres med tre sirkler i et venn-diagram:

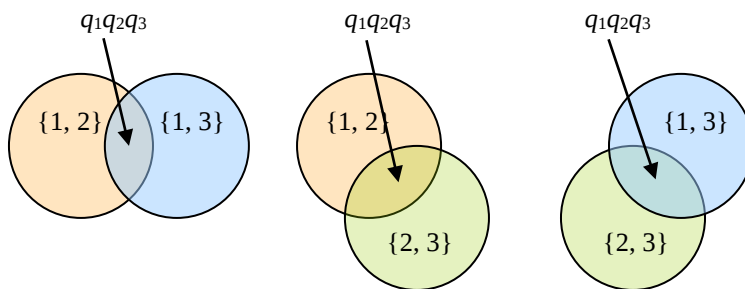


Upålitelighet til komponentene: $q_1 = q_2 = q_3 = 0,1$

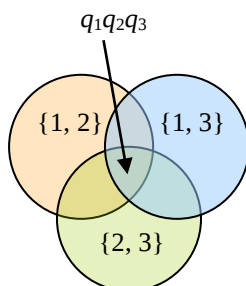
$$w_1 = q_1 q_2 + q_1 q_3 + q_2 q_3 = (0,1 \cdot 0,1) + (0,1 \cdot 0,1) + (0,1 \cdot 0,1) = 0,03$$



$$w_2 = q_1 q_2 q_3 + q_1 q_2 \bar{q}_3 + q_1 \bar{q}_2 q_3 = (0,1 \cdot 0,1 \cdot 0,1) + (0,1 \cdot 0,1 \cdot 0,1) + (0,1 \cdot 0,1 \cdot 0,1) = 0,003$$



$$w_3 = q_1 q_2 q_3 = 0,1 \cdot 0,1 \cdot 0,1 = 0,001$$



$$g = w_1 - w_2 + w_3 = 0,03 - 0,003 + 0,001 = 0,028$$

$$h = 1 - g = 1 - 0,028 = \underline{\underline{0,972}}$$

51. Tilnærmet upålitelighet:

$$P(\text{feiltilstand}) = w_1 = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) + P(A_4) = 0,05 + 0,05 + 0,02 + 0,02 = \underline{\underline{0,14}}$$

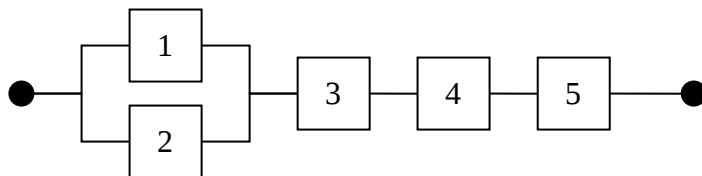
Eksakt upålitelighet:

$$\begin{aligned} P(\text{feiltilstand}) &= 1 - P(\text{ikke i feiltilstand}) \\ &= 1 - P(\bar{A}_1 \cap \bar{A}_2 \cap \bar{A}_3 \cap \bar{A}_4) \\ &= 1 - (0,95 \cdot 0,95 \cdot 0,98 \cdot 0,98) \\ &= 1 - 0,867 = \underline{\underline{0,133}} \end{aligned}$$

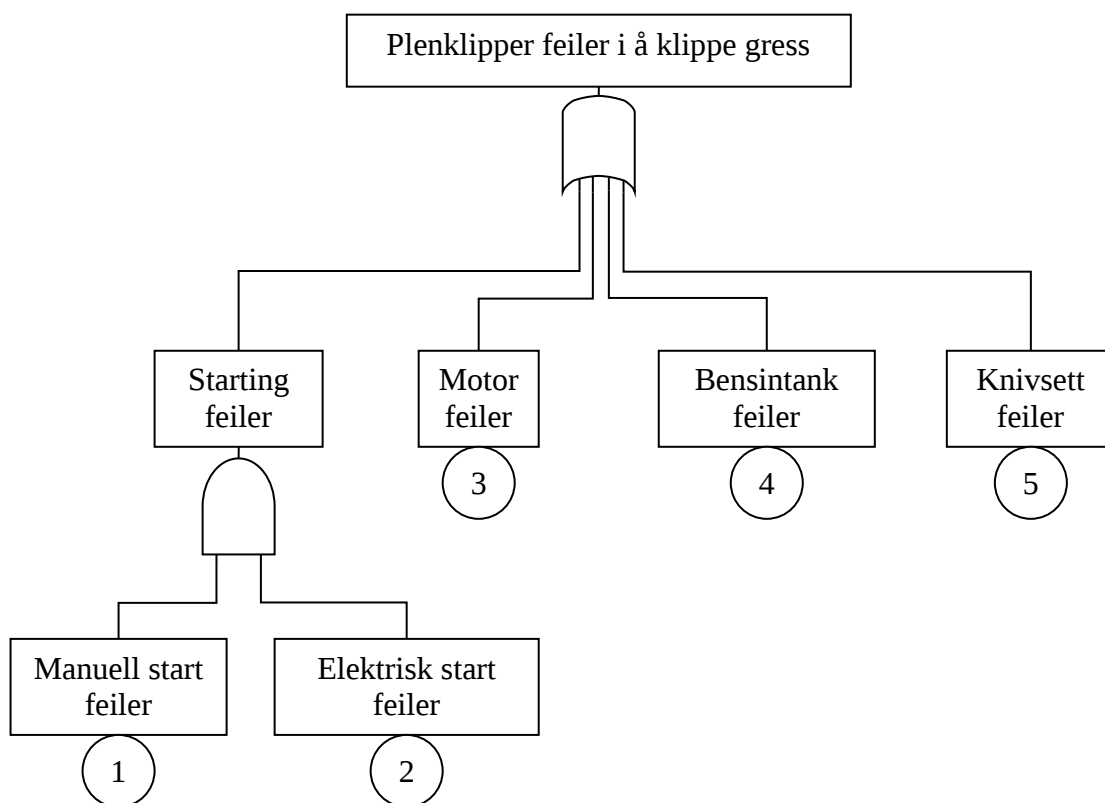
52. a)

Definerer følgende grunnhendelser:

1. Manuell start feiler
2. Elektrisk start feiler
3. Motor feiler
4. Bensintank gir ikke bensin
5. Knivsettet feiler



b)

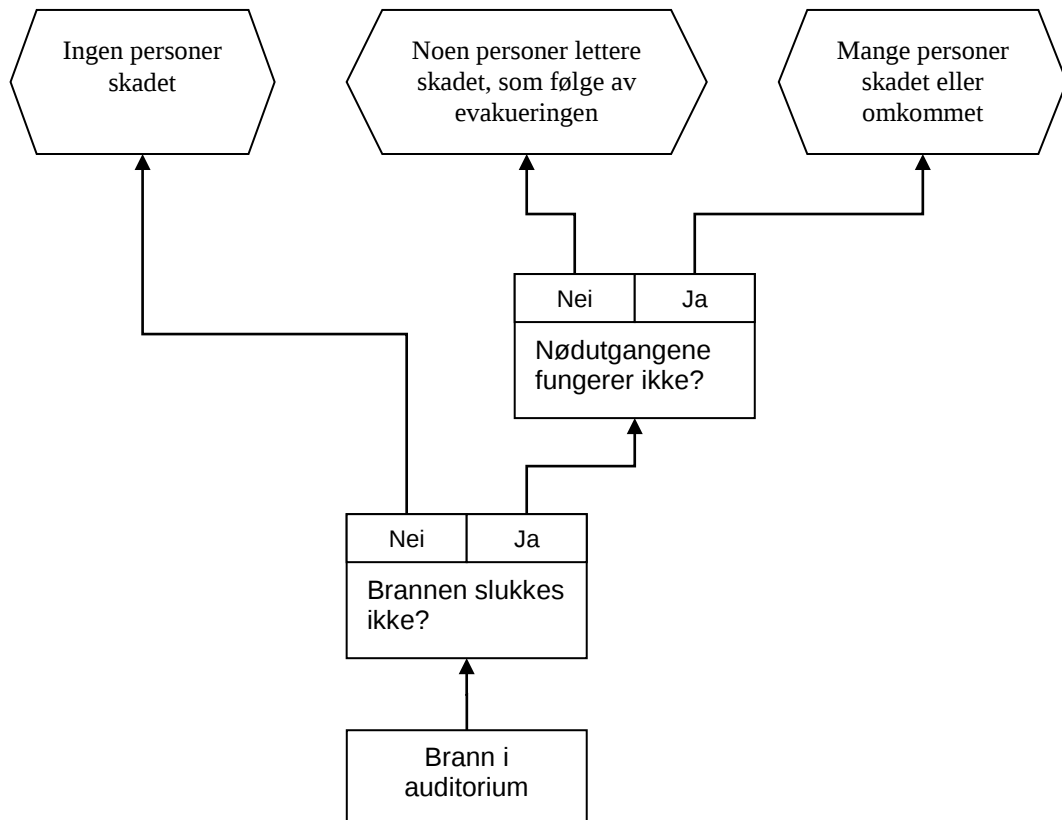


Hendelsestreanalyse og GFUA

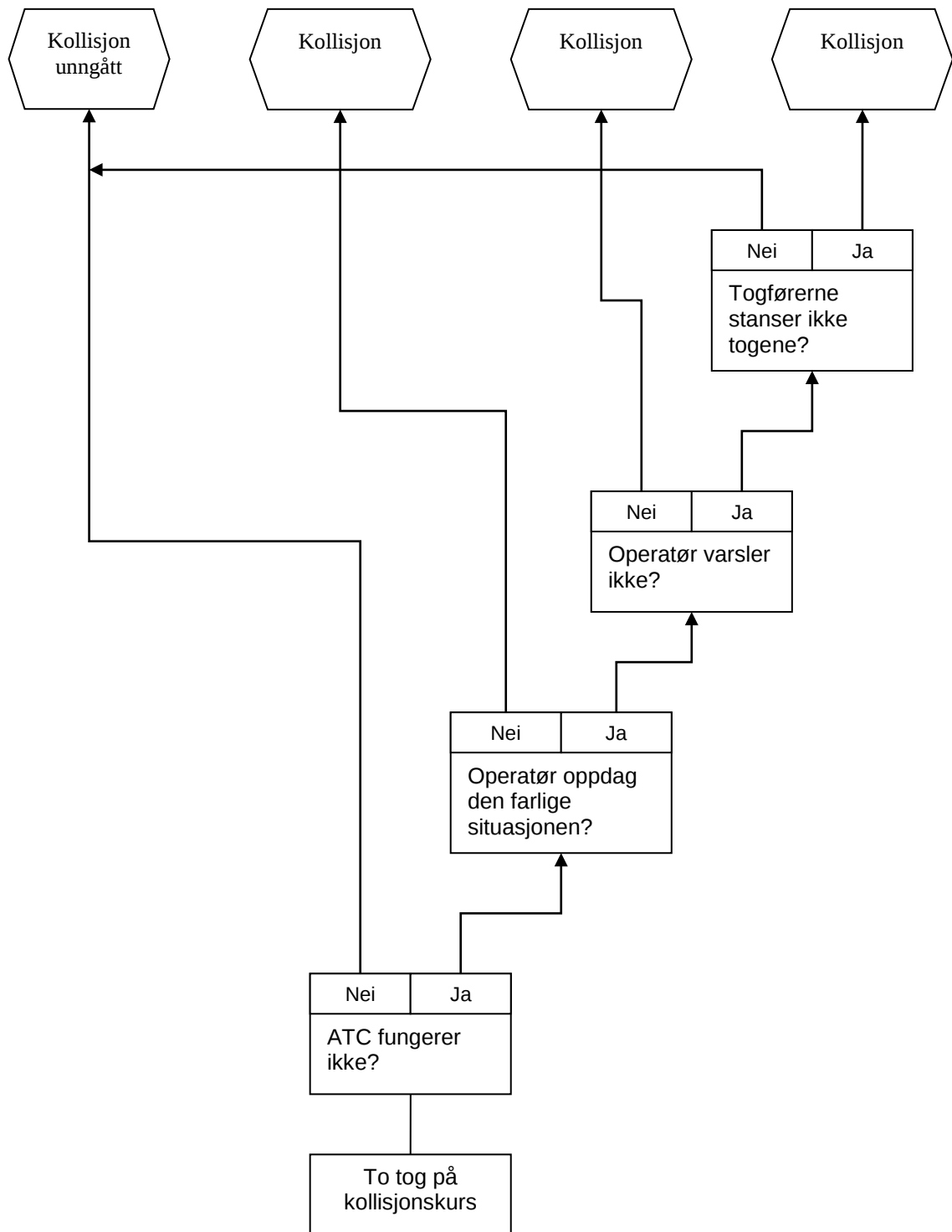
En hendelsestreanalyse gjennomføres ved å stille en rekke spørsmål (grensspørsmål) der svaret enten er ”**ja**” eller ”**nei**”.

53. GFUA kombinerer årsaksanalyse (beskrevet ved feiltrær) og konsekvensanalyse. Startpunktet for analysen er en initierende hendelse (uønsket hendelse) som på en eller annen måte bringer systemet ut av likevekt. Den initierende hendelsen kan være en teknisk feil eller en menneskelig feilhandling. I utviklingen av hendelseskjedene tas det hensyn til de ulike barrierene og sikkerhetsfunksjonene som er konstruert for å hindre eller begrense konsekvensene av den initierende hendelsen. Hensikten med GFUA er å identifisere hendelseskjeder som kan resultere i uønskede konsekvenser av ulike slag. Dersom en har bestemt sannsynlighetene for de ulike hendelsene som inngår i diagrammet, kan en beregne sannsynligheten for at de ulike hendelseskjedene skal inntreffe.

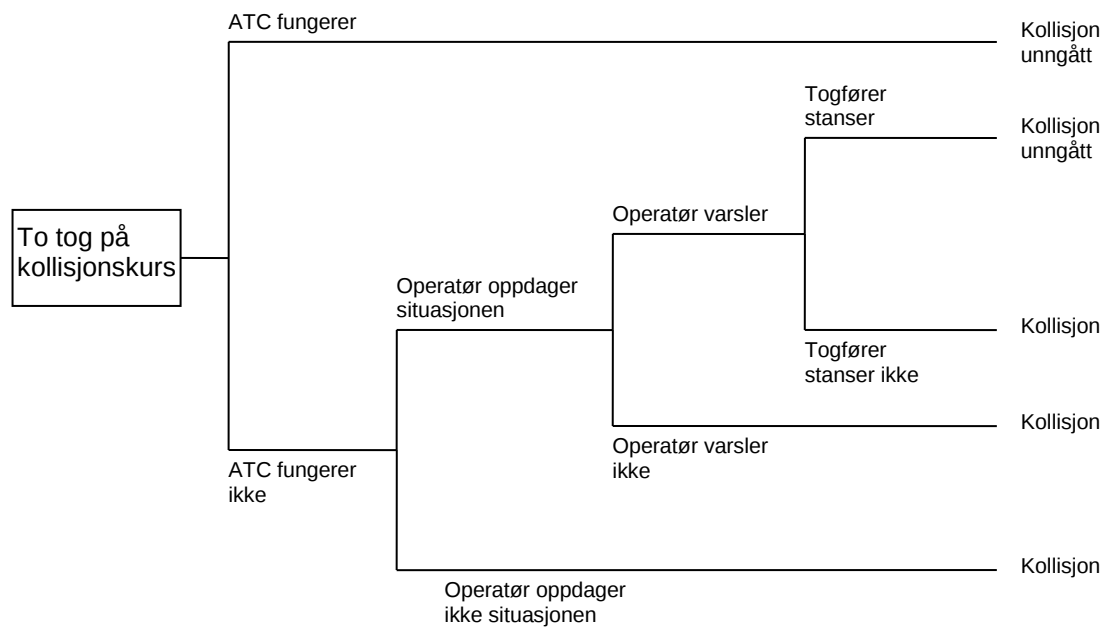
54.



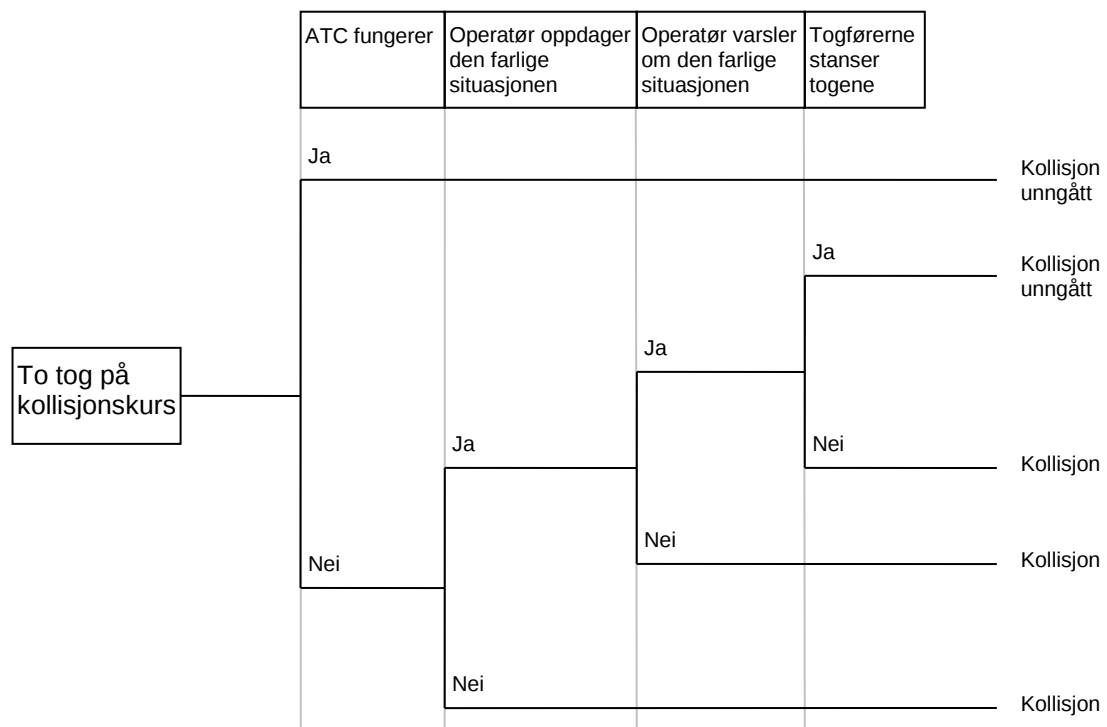
55. GFUA:



Hendelsestre – Variant 1:



Hendelsestre – Variant 2:



56. Sannsynlighetene for de ulike hendelsene i hendelsestreet:

$P(A) = P(\text{punktering}) = 0,01$

$P(B) = P(\text{stanser raskt}) = 0,70$

$P(C) = P(\text{stanser ikke}) = 0,30$

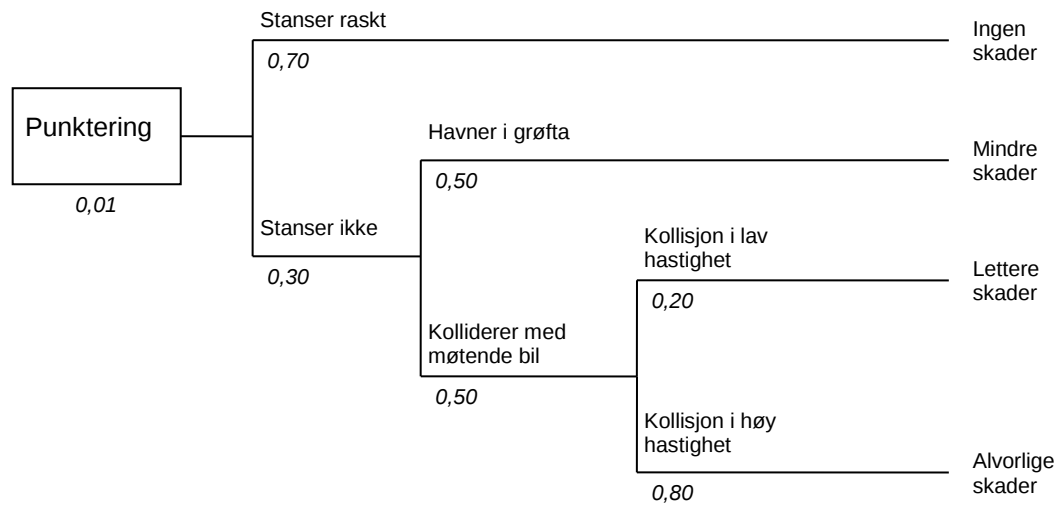
$P(D) = P(\text{havner i grøfta}) = 0,50$

$P(E) = P(\text{kolliderer med møtende bil}) = 0,50$

$P(F) = P(\text{kollisjon i lav hastighet}) = 0,20$

$P(G) = P(\text{kollisjon i høy hastighet}) = 0,80$

(For lettere å holde oversikten, kan disse sannsynlighetene skrives inn i hendelsestreet)



Sannsynligheten for de ulike slutthendelsene/konsekvensene:

$$P(\text{ingen skader}) = P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = 0,01 \cdot 0,70 = \underline{\underline{0,007}}$$

$$P(\text{mindre skader}) = P(A \cap C \cap D) = P(A) \cdot P(C) \cdot P(D) = 0,01 \cdot 0,30 \cdot 0,50 = \underline{\underline{0,0015}}$$

$$P(\text{lettere skader}) = P(A \cap C \cap E \cap F) = P(A) \cdot P(C) \cdot P(E) \cdot P(F) = 0,01 \cdot 0,30 \cdot 0,50 \cdot 0,20 = \underline{\underline{0,0003}}$$

$$P(\text{alvorlige skader}) = P(A \cap C \cap E \cap G) = P(A) \cdot P(C) \cdot P(E) \cdot P(F) = 0,01 \cdot 0,30 \cdot 0,50 \cdot 0,80 = \underline{\underline{0,0012}}$$

$$57. P(S_3) = P(A \cap B \cap C) = P(A) \cdot P(B|A) \cdot P(C|A \text{ og } B) = 0,01 \cdot 0,2 \cdot 0,4 = \underline{\underline{0,0008}}$$

$$P(S_2) = P(A \cap B \cap \bar{C}) = P(A) \cdot P(B|A) \cdot P(\bar{C}|A \text{ og } B) = 0,01 \cdot 0,2 \cdot 0,6 = \underline{\underline{0,0012}}$$

$$P(S_1) = P(A \cap \bar{B}) = P(A) \cdot P(\bar{B}|A) = 0,01 \cdot 0,8 = \underline{\underline{0,008}}$$

$$P(X=5) = P(S_3) = \underline{\underline{0,0008}}$$

$$P(X=1) = P(S_2) = \underline{\underline{0,0012}}$$

$$P(X=0) = P(S_1) = \underline{\underline{0,008}}$$

$$E(X) = 5 \cdot P(X=5) + 1 \cdot P(X=1) + 0 \cdot P(X=0) \\ = 5 \cdot 0,0008 + 1 \cdot 0,0012 + 0 \cdot 0,008 = \underline{\underline{0,0052}}$$

$$58. P(S_1) = P(X=0) = 0,01 \cdot 0,65 = \underline{\underline{0,0065}}$$

$$P(S_2) = P(X=15) = 0,01 \cdot 0,35 \cdot 0,50 \cdot 0,60 = \underline{\underline{0,001}}$$

$$P(S_3) = P(X=20) = 0,01 \cdot 0,35 \cdot 0,50 \cdot 0,40 = \underline{\underline{0,0007}}$$

$$P(S_4) = P(X=30) = 0,01 \cdot 0,35 \cdot 0,50 \cdot 0,45 = \underline{\underline{0,00079}}$$

$$P(S_5) = P(X=10) = 0,01 \cdot 0,35 \cdot 0,50 \cdot 0,55 = \underline{\underline{0,00096}}$$

$$E(X) = 0 \cdot P(X=0) + 15 \cdot P(X=15) + 20 \cdot P(X=20) + 30 \cdot P(X=30) + 10 \cdot P(X=10) \\ = 0 \cdot 0,0065 + 15 \cdot 0,001 + 20 \cdot 0,0007 + 30 \cdot 0,00079 + 10 \cdot 0,00096 = \underline{\underline{0,0623}}$$

$$59. P(K_1) = P(X = 10) = 0,1 \cdot 0,01 = 0,001$$

$$P(K_2) = P(X = 4) = 0,1 \cdot 0,02 = 0,002$$

$$P(K_3) = P(X = 2) = 0,1 \cdot 0,03 = 0,003$$

$$P(K_4) = P(X = 1) = 0,1 \cdot 0,06 = 0,006$$

$$P(K_5) = P(X = 0) = 0,1 \cdot 0,88 = 0,088$$

$$\begin{aligned} E(X) &= 10 \cdot P(X = 10) + 4 \cdot P(X = 4) + 2 \cdot P(X = 2) + 1 \cdot P(X = 1) + 0 \cdot P(X = 0) \\ &= 10 \cdot 0,001 + 4 \cdot 0,002 + 2 \cdot 0,003 + 1 \cdot 0,006 + 0 \cdot 0,088 = \underline{\underline{0,03}} \end{aligned}$$

Resultatet innebærer at dersom frekvensen av den initierende hendelsen er 0,1 pr. år så vil det statistisk forventede antallet drepte personer pr. år være 0,03, eller én drept person pr. 33 år.

60. a)

$$P(S_1) = P(X = 0) = 0,80 \cdot 0,60 = \underline{\underline{0,48}}$$

$$P(S_2) = P(X = 1) = 0,80 \cdot 0,40 \cdot 0,95 = \underline{\underline{0,304}}$$

$$P(S_3) = P(X = 3) = 0,80 \cdot 0,40 \cdot 0,05 \cdot 0,90 = \underline{\underline{0,0144}}$$

$$P(S_4) = P(X = 80) = 0,80 \cdot 0,40 \cdot 0,05 \cdot 0,10 = \underline{\underline{0,0016}}$$

$$P(S_5) = P(X = 0) = 0,20 \cdot 0,60 = \underline{\underline{0,12}}$$

$$P(S_6) = P(X = 2) = 0,20 \cdot 0,40 \cdot 0,95 = \underline{\underline{0,076}}$$

$$P(S_7) = P(X = 5) = 0,20 \cdot 0,40 \cdot 0,05 \cdot 0,90 = \underline{\underline{0,0036}}$$

$$P(S_8) = P(X = 150) = 0,20 \cdot 0,40 \cdot 0,05 \cdot 0,10 = \underline{\underline{0,0004}}$$

b)

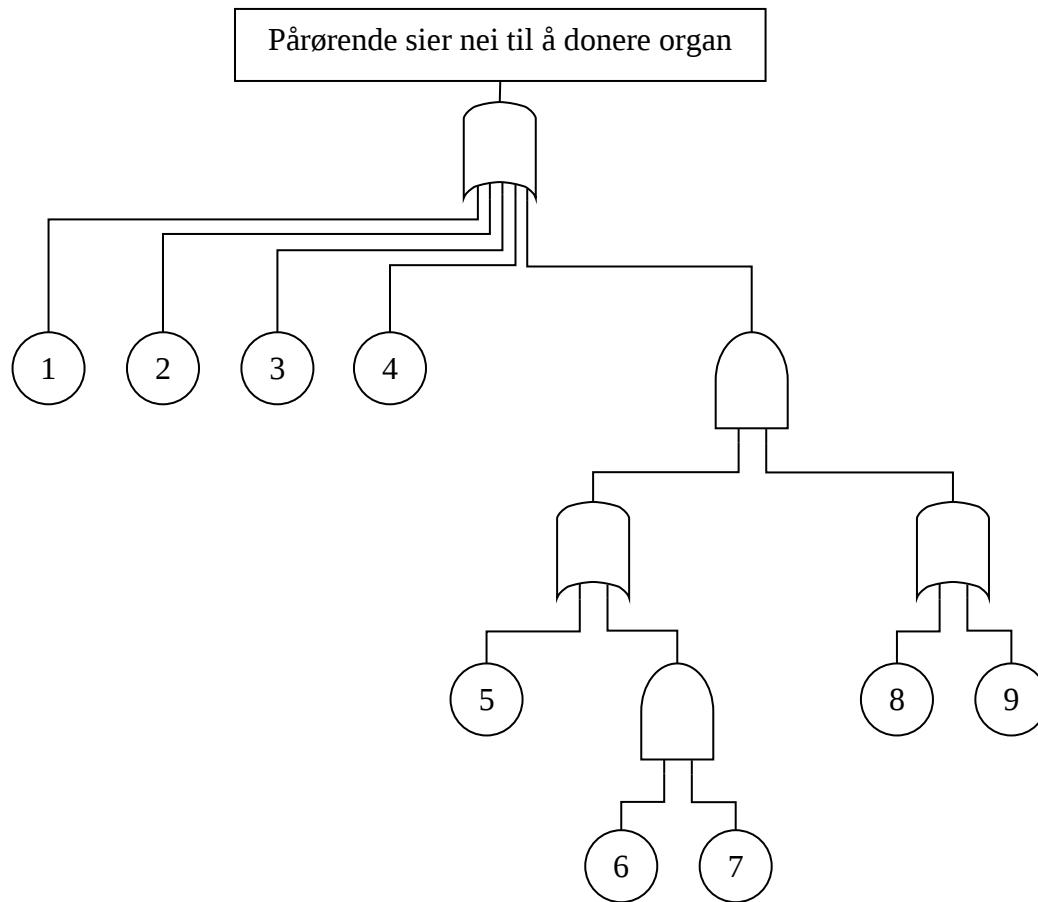
$$\begin{aligned} E(X) &= 0 \cdot P(X = 0) + 1 \cdot P(X = 1) + 3 \cdot P(X = 3) + 80 \cdot P(X = 80) \\ &\quad + 0 \cdot P(X = 0) + 2 \cdot P(X = 2) + 5 \cdot P(X = 5) + 150 \cdot P(X = 150) \\ &= 0 \cdot 0,48 + 1 \cdot 0,304 + 3 \cdot 0,0144 + 80 \cdot 0,0016 + 0 \cdot 0,12 + 2 \cdot 0,076 + 5 \cdot 0,0036 + 150 \cdot 0,0004 \\ &= \underline{\underline{0,71}} \end{aligned}$$

Denne verdien forutsetter at brann har inntruffet. Dersom vi ønsker å uttrykke forventet antall drepte pr år i brann må vi multiplisere med årlig frekvens av branner, dvs 0,04.

Eksamensoppgave Våren 2010

Oppgave 1

a)



b)

Minimale kuttmengder: {1}, {2}, {3}, {4}, {5,8}, {5,9}, {6,7,8}, {6,7,9}

q_i er sannsynligheten for at hendelse i inntreffer

w_1 er systemets tilnærmede upålitelighet

$$q_1 = P(\text{hendelse 1}) = 0,12$$

$$q_2 = P(\text{hendelse 2}) = 0,03$$

$$q_3 = P(\text{hendelse 3}) = 0,05$$

$$q_4 = P(\text{hendelse 4}) = 0,02$$

$$q_5 = P(\text{hendelse 5}) = 0,09$$

$$q_6 = P(\text{hendelse 6}) = 0,12$$

$$q_7 = P(\text{hendelse 7}) = 0,05$$

$$q_8 = P(\text{hendelse 8}) = 0,15$$

$$q_9 = P(\text{hendelse 9}) = 0,15$$

$$\begin{aligned}
 w_1 = P(\text{systemsvikt}) &= q_1 + q_2 + q_3 + q_4 + q_5 q_8 + q_5 q_9 + q_6 q_7 q_8 + q_6 q_7 q_9 \\
 &= 0,12 + 0,03 + 0,05 + 0,02 + (0,09 \cdot 0,15) + (0,09 \cdot 0,15) + (0,12 \cdot 0,05 \cdot 0,15) + (0,12 \cdot 0,05 \cdot 0,15) \\
 &= \underline{\underline{0,2488}}
 \end{aligned}$$

d)

Forventet antall avviste forespørsler:

$$E(X) = 40 \cdot P(\text{systemsvikt}) = 40 \cdot 0,2488 = \underline{\underline{10}}$$